

Praktikum Mechanisch-Thermische Grundoperationen *)



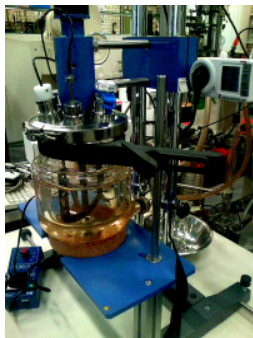
**Versuch
 Druckabfall im Festbett**



**Versuch
 Sedimentation**



**Versuch
 Siebanalyse**



**Versuch Wärmeaustausch
 im Rührkessel**



**Versuch Wärmeaustausch
 im Rohr**

Inhalt

| | Seite |
|--|-------|
| • Organisation / Bewertung des Praktikums MTGL | 2 |
| • Vorgaben zur Gestaltung des Protokolls | 3 |
| • Fehlerfortpflanzung, Fehlerrechnung | 8 |
| • Auswahl von Stoffdaten | 10 |
| • Versuchsanleitungen: | |
| > Druckabfall im Festbett | 11 |
| > Zonensedimentation | 19 |
| > Siebanalyse | 27 |
| > Wärmeaustausch im Rührkessel | 34 |
| > Wärmeaustausch im Rohr | 41 |

*) Müller-Erlwein, E., Wesenfeld, H., Versuchsanleitungen zum Praktikum Mechanisch-Thermische Grundoperationen, Bachelor-Studiengang Pharma- und Chemietechnik, BHT Berlin, Fachbereich II, Berlin 2018

Organisation / Bewertung des Praktikums MTGL Modalitäten der Leistungsnachweise

Das Modul besteht aus

- der Vorlesung Mechanische Grundoperationen **VTM** (2 SWS) und
- dem Praktikum Mechanische Thermische Grundoperationen **MTGL** (2 SWS)

Allgemeine Organisation des Praktikums MTGL

- Die Versuchsaufbauten befinden sich im "Labor für Chemische und Pharmazeutische Technologie", **Raum A065** (Halle im Innenhof Haus Beuth).
- Gruppeneinteilung und Termine: siehe Aushang im Schaukasten neben A143.
- Es werden 5 Versuche in Gruppen mit 3 (oder 2) Teilnehmern durchgeführt.
- Vor Versuchsbeginn findet eine Befragung der Teilnehmer zum Aufbau, zur Zielsetzung und zur Auswertung des Versuchs statt, die erfolgreich verlaufen muss.
- Für jeden Versuch ist ein Messprotokoll zu erstellen, das abgezeichnet wird, und das dem Protokoll beizufügen ist.
- Bei den Laborversuchen sind Labormantel und gegebenenfalls Schutzbrille zu tragen.

Bewertung des Praktikums MTGL

- Vor Beginn des Laborteils findet eine Klausur statt (Dauer 45 min, Verständnisfragen und Rechenaufgaben zu allen Versuchen, Hilfsmittel: nur Taschenrechner).

Diese Klausur muss bestanden sein, um an der Laborübung teilzunehmen.

- Jeder Teilnehmer hat **zwei** benotete Protokolle zu zwei der von der Gruppe durchgeführten Versuche auszuarbeiten. Detaillierte Vorgaben zur Gestaltung der Protokolle sind auf den folgenden Seiten zusammengestellt und als **notenrelevant** zu beachten.
- Ein Ausdruck des Protokolls ist in gehefteter Form abzugeben. Die zugehörige Word- und Excel-Datei **ist jeweils als eine einzige Datei** per Mail an hartmut.wesenfeld@beuth-hochschule.de zu senden.

$$\text{Endnote MTGL} = \frac{1}{3} (\text{Note Klausur}) + \frac{1}{3} (\text{Note Protokoll1}) + \frac{1}{3} (\text{Note Protokoll2})$$

Die MTGL-Note wird nur dann vergeben, wenn alle Teilleistungen erfolgreich bestanden sind und Anwesenheit bei allen Laborterminen gegeben ist.

- Der Leistungsnachweis zu MTGL kann **nur im 1. Prüfungszeitraum** erbracht werden.
- wer nicht an der Klausur teilnimmt oder an einem oder mehreren Laborterminen teilgenommen hat, ohne ein Protokoll abzugeben, wird mit Note 5 bewertet. Ein Belegungsrücktritt ist bei CRTL nach Ablauf der Belegfrist nicht möglich.

Bitte beachten:

- **Plagiate:** Das Protokoll wird mit der **Note 5** bewertet, wenn es Plagiate enthält, d. h. wenn Teile der Arbeiten anderer Autoren – unbearbeitet oder bearbeitet - als eigene Arbeit ausgegeben werden. Hierunter fällt auch alles, was **ohne** Quellenangabe aus Protokollen, Versuchsanleitungen, Vorlesungsunterlagen, Büchern, dem Internet usw. abgeschrieben oder kopiert wird, wie etwa Abbildungen, Textstücke, Excel-Tabellen, usw.
Die weitere Teilnahme am Praktikum ist dann nicht mehr möglich.
- **Abgabe der Protokolle / Dateien per Mail:** sie hat **spätestens 14 Tage nach Versuchsdurchführung** bis 12 Uhr zu erfolgen. Pro Tag Verspätung wird die Note um 0,7 erhöht.

Gegebenenfalls hiervon abweichende Modalitäten der Bewertung des Praktikums werden in der Einführungsveranstaltung bekannt gegeben.

Vorgaben zur Gestaltung des Protokolls

Lernziel der Praktika im Bereich Technische Chemie ist unter anderem, eigenständig Protokolle in Form einer technisch-wissenschaftlichen Beschreibung der Versuchsziele, Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung anzufertigen. Neben der schriftlichen Ausarbeitung gehört dazu, eine Excel-Mappe zur Auswertung der Messwerte des jeweiligen Versuchs anzufertigen und in einer verständlichen *Bedienungsanleitung* zu dokumentieren. Diese soll einem Nutzer erlauben,

- den Aufbau der Tabellenblätter nachzuvollziehen;
- zu erfahren, welche Gleichungen der Auswertung zugrunde liegen und an welchen Stellen eines Tabellenblatts diese unter Verwendung welcher Daten implementiert sind;
- die auf den Tabellenblättern vorhandenen Diagramme im Hinblick auf die Auswertung zu beurteilen;
- insbesondere die Auswertung des Versuchs für eigene Messreihen durch Einfügen dieser Daten in die Tabellenblätter (und gegebenenfalls weiterer Bearbeitung) durchzuführen.

Sie brauchen **keine**:

"Bedienungsanleitung zur Excel-Mappe für die Auswertung des Versuchs X".

aber:

Die Excel-Tabelle ist eigenständig aufzubauen.

Das bedeutet: Die **Übernahme der Struktur fremder Excel-Tabellen** und bloßes Austauschen der Zahlenwerte gegen die eigenen (auch, wenn Zellfarben und Formatierung noch zusätzlich geändert werden) wird als **Plagiat mit der Note 5,0** gewertet!

Das gilt **auch für die Diagramme**, welche ebenfalls eigenständig zu erstellen sind!

Verbindlicher Aufbau der schriftlichen Ausarbeitung:

| | |
|--|-----------------------------------|
| Deckblatt | [Umfang: 1 Seite] |
| Zusammenfassung | [Umfang: min. 0,5 – max. 1 Seite] |
| Inhaltsverzeichnis | [Umfang: 1 Seite] |
| Symbolverzeichnis | [Umfang: min. 0,5 – max. 1 Seite] |
| 1. Einleitung zum Thema des Versuchs | [Umfang: min. 0,5 – max. 1 Seite] |
| 2. Grundlagen (Beschreibung aller zur Auswertung erforderlichen Gleichungen mit Zitation der Quelle) | [Umfang: min. 1 – max. 2 Seiten] |
| 3. Versuchsaufbau und Methoden | [Umfang: min. 1 – max. 2 Seiten] |
| 4. Auswertung, Ergebnisse und Diskussion | [Umfang: min. 2 – max. 4 Seiten] |
| 5. Fehlerrechnung und Problembereiche | [Umfang: min. 1 – max. 2 Seiten] |
| 6. Literaturverzeichnis | [Umfang: min. 0,5 – max. 1 Seite] |

Anhang 1: Blatt mit der individuellen Aufgabenstellung und abgezeichnetes Originalmessprotokoll

Ohne Anhang ergibt sich damit **in Summe:** [Umfang: **min. 10 – max. 18 Seiten**]

Notenrelevante Vorgaben und Hinweise, die zu beachten sind, finden sich auf den folgenden Seiten der Versuchsanleitung

- zu den Themen Wissenschaftliche Arbeit / Plagiat und Literatur / Internet;
- zum Aufbau der Bedienungsanleitung, zur Gestaltung der Excel-Mappe und der Tabellenblätter;
- zu Abbildungen, Tabellen, Symbolen, Formeln und zur Formatierung;
- zu den oben genannten Gliederungspunkten Deckblatt, Zusammenfassung, Inhaltsverzeichnis, Symbolverzeichnis, Einleitung, Ergebnisse/Diskussion, Fehlerrechnung/Problembereiche, Literaturverzeichnis, Anhang.

Vorgaben / Hinweise zum Aufbau der Excel-Mappe bzw. der -Tabellenblätter

- 1) ein Tabellenblatt mit dem Namen **Messwerte**, das lediglich die Messwerte und die Zahlenwerte der bei der Versuchsdurchführung vorliegenden Parameter bzw. konstanten Größen enthält, ist immer einzufügen;
- 2) alle Diagramme sind auf dem Tabellenblatt zu erstellen, das die zugehörigen Datenreihen enthält (d. h. keine ganzseitigen Diagramme verwenden);
- 3) alle Diagramme der Excel-Mappe erhalten diejenigen Abbildungsunterschriften, mit denen sie auch im Textteil des Protokolls versehen werden (Diagrammtitel sind daher nicht zu verwenden);
- 4) Der Aufbau der Tabellenblätter soll ansprechend, übersichtlich, nachvollziehbar für den Nutzer sein. Dies kann man zum einen erreichen durch das - selbst zu gestaltende - Layout, zum anderen dadurch, dass möglichst viel Information bei möglichst wenig Scrollen auf dem Bildschirm sichtbar ist. Hierbei helfen beispielsweise
 - Aufteilen der Auswertung / Berechnungen auf mehrere Tabellenblätter;
 - Vergleich der Auswertungsergebnisse verschiedener Messreihen auf einem eigenen Tabellenblatt;
 - Entfernen überflüssiger Leerzeilen, -spalten, die keine Information enthalten, sowie Anpassen der Spaltenbreite, Schriftgröße, ...;
 - geeignete Beschriftung der Spaltenköpfe und Strukturierung der Tabellendaten. Längliche Beschriftungen, die die Spaltenbreite vergrößern würden, können platzsparend als Kommentare (siehe Menü Einfügen) in Zellen stehen;
 - vieles andere mehr.

Beispiel:

| | | | | |
|-----------------------------------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|---|
| c-t-Verläufe Folgereaktion | | | | kurze Wiedergabe der auf dem Tabellenblatt bearbeiteten Problemstellung |
| Ausgangsdaten / Parameter | | | | Zusammenstellung aller Ausgangsdaten / Parameter als Block |
| t_{Anfang} | dt | c_{A0} | k_1 | Beschriftung der Spaltenköpfe mit Symbol wie im Text |
| min | min | mol/L | 1/min | Einheiten (auf konsistente Einheiten achten!) |
| 0 | 0,5 | 1,24 | 0,78 | Zahlenwert der Daten / Parameter |
| Rechenwerte | | | | Zusammenstellung aller Auswertungsgrößen als Block |
| t | c_A | c_B | c_C | Beschriftung der Spaltenköpfe mit Symbol wie im Text |
| min | mol/L | mol/L | mol/L | konsistente Einheiten |
| 0,00 | 1,240 | 0,000 | 0,000 | Rechenwerte, Messwerte, ... |
| 0,50 | 1,221 | 0,014 | 0,005 | geeignete Anzahl Nachkommastellen / Spaltenbreite |
| ... | ... | ... | ... | |

Wissenschaftliche Arbeit / Plagiat

Eine wissenschaftliche Arbeit ist dadurch gekennzeichnet, dass der Autor ausnahmslos alle verwendeten Methoden, Geräte, Hilfsmittel, Substanzen usw. angibt. Insbesondere fallen hierunter die Arbeiten und Ergebnisse anderer Autoren, die er für die eigene Arbeit verwertet. Nur so ist es möglich, dass wissenschaftliche Ergebnisse von anderen nachvollzogen, beurteilt oder reproduziert werden können. Sich auf öffentlich und allgemein zugängliche Arbeiten anderer zu beziehen, ist legitim und gängige Praxis.

Dagegen stellt "Abschreiben", also ein fremdes Werk oder Teile davon als eigene Arbeit auszugeben, ein **Plagiat** dar, das bei wissenschaftlichen Arbeiten keinesfalls akzeptabel ist. Plagiate sind grundsätzlich ein Vergehen gegen das Gesetz über Urheberrecht und können rechtliche Folgen nach sich ziehen. Das Urheberrecht gilt gleichermaßen für Information auf Internetseiten (Details dazu finden sich im "Disclaimer" der Seiten) wie für Print- und sonstige Medien. An der BHT ergeben sich bei Plagiaten prüfungsrechtliche Konsequenzen (RPO: "unerlaubte Hilfsmittel", "anderweitige Täuschungsversuche", ...), die die Beurteilung "nicht bestanden" mit ihren Konsequenzen zur Folge haben.

Plagiate in Praktikumsprotokollen weisen stets darauf hin, dass der Plagiator den Stoff des Fachgebiets nur unzureichend verstanden hat, nicht selbstständig arbeiten und eigenständig formulieren kann und letztlich für den wissenschaftlichen Bereich nicht befähigt ist.

Literatur / Internet

Eine wissenschaftliche Quellenangabe dient zur eindeutigen Identifizierung und Wiedergabe der verwendeten Information. Information aus dem Internet ist insofern keine wissenschaftliche Literatur, da in der Regel keine dauerhafte Archivierung erfolgt, eine allgemeine Zugänglichkeit nicht vorliegt und die wissenschaftliche Seriosität der Daten oder des Autors unbekannt ist. Dies trifft insbesondere zu auf von Suchmaschinen ausgesuchte Links (z. B. Google), populäre Pseudo-Lexika (z. B. Wikipedia), Homepages. Auch Praktikumsanleitungen und Vorlesungsunterlagen sind so gesehen keine Literatur, da sie weder allgemein zugänglich sind noch archiviert werden.

| |
|---|
| <p><u>Für Protokolle:</u> Information aus dem Internet werden nur teilweise (s. o.) als wissenschaftliche Literatur akzeptiert. Es ist immer mindestens 1 Fachbuch als Quelle zu benutzen und entsprechend zu zitieren.</p> |
|---|

| |
|--|
| <p><u>Für Schriftliche Ausarbeitungen:</u> Internet-Information kann nach Rücksprache verwendet werden.</p> |
|--|

Zum Aufbau des Protokolls:

| | |
|--|---|
| Deckblatt | Angaben zu Semester, Lehrveranstaltung, Versuchsbezeichnung, Datum der Versuchsdurchführung, Namen der Versuchsteilnehmer, usw. Der für das Protokoll verantwortliche Teilnehmer hat das Deckblatt zu unterschreiben und seine Emailadresse für Rückfragen anzugeben. |
| Zusammenfassung | stellt in präziser Formulierung und auf höchstens 1 Seite die wichtigsten, im Protokoll behandelten Punkte dar. Für sich allein gelesen, soll sie verständlich sein und die Aufgabenstellung, die zu ihrer Bearbeitung eingesetzten Methoden und die wichtigsten Ergebnisse mit Zahlenwerten und die Folgerungen zusammenfassen. |
| Inhaltsverzeichnis | Verzeichnis aller Gliederungspunkte mit Seitenangaben. |
| Symbolverzeichnis | listet alle im Text verwendeten Symbole mit Bezeichnung und typischer Einheiten sowie alle benutzten Abkürzungen in alphabetischer Reihenfolge auf. Alle Symbole sind kursiv zu schreiben. |
| Einleitung | umfasst – mit Bezug auf Fachliteratur - eine angemessene Darstellung des Gebiets, in dem der Versuch einzuordnen ist. Darauf aufbauend kann in die Fragestellung des Versuches eingeführt und schließlich auf die eigentliche Aufgabenstellung hingeführt werden. |
| Grundlagen | alle Grundlagen, Gleichungen, Stoffdaten, Software usw., die für die nachfolgende Auswertung erforderlich sind, werden mit Quellenangabe nachvollziehbar angegeben. |
| Versuchsaufbau und Methoden | alle Angaben, mit denen der (fachkundige) Leser die Versuche nachvollziehen und im Hinblick auf die Vorgehensweise und die Resultate beurteilen kann. Hierunter fallen eine detaillierte Beschreibung des Versuchsaufbaus mit Fließbild und seiner Funktionsweise, der Versuchsbedingungen, der verwendeten Messmethoden, der analytischen Methoden, usw. sowie Angaben zu den eingesetzten Materialien und Geräten. |
| Auswertung, Ergebnisse und Diskussion | Für einen guten Lesefluss ist es meist vorteilhaft, Ergebnis- und Diskussionsteil <u>nicht</u> voneinander zu trennen, d. h. Versuchsergebnisse an der Stelle des Textes zu erläutern, auszuwerten und zu diskutieren, an der sie präsentiert werden. Bei wiederholt auftretenden Berechnungen stellt man die Ergebnisse in Tabellenform dar. Prüfen, ob eine ausführliche Beispielrechnung mit Zahlenwerten verlangt wird. |
| Fehlerrechnung und Problembereiche | Um abschätzen zu können, wie sich Mess- oder Ableseungenauigkeiten <u>quantitativ</u> auf berechnete Werte auswirken, ist eine Fehlerrechnung (Fehlerfortpflanzung) durchführen. Probleme, die bei der Versuchsdurchführung aufgetreten sind, werden hier erläutert. Weichen Ergebnisse von den erwarteten ab, sind plausible wissenschaftliche Erklärungshypothesen zu formulieren. |
| Literaturverzeichnis | dient dazu, sämtliche Literaturstellen aufzulisten, auf die man sich im Text bezieht. Ein Literaturverzeichnis enthält <u>keine</u> Literaturangaben, die nicht im Text benutzt werden. <i>Zitation:</i> <i>Bücher:</i> Autorname, Vorn.: Titel. Ort: Verlag Jahr. Seitenangabe. (falls erforderlich: Herausgeber, Auflage, ...) <i>Zeitschriften:</i> Autorname, Vorn.: Titel. Zeitschrift-Kürzel. Jahr. Jahrgang, Seitenangabe <i>Verweis im Text:</i> Nummer der Quelle im Literaturverzeichnis im Text angeben, z. B. als [12] oder als ^[12] , oder Fußnoten (z. B. ¹²⁾ benutzen. |
| optional: Anhang | enthält alles, was den Lesefluss des Haupttextes stören würde. Dies sind z. B. Originalmessprotokolle, umfangreiche Tabellen, längere mathematische Herleitungen, selbst geschriebene Auswertesoftware, Apparatespezifikationen, usw. |

Zu Abbildungen, Tabellen, Symbolen, Formeln:

| | |
|-----------------------------|---|
| Allgemein | Abbildungen, Tabellen, Formeln, Literaturhinweise sind im Text möglichst immer dort angeordnet, wo sie zuerst verwendet werden. |
| Abbildungen | "Abbildungen" können Diagramme, Graphiken, Fließbilder, Bilder, usw. sein und werden gleichermaßen als "Abb. xx" fortlaufend durchnummeriert. Auf diese Nummer bezieht man sich im Text. Abbildungen besitzen <i>immer eine ausführliche und eindeutige Abbildungs-UNTERSCHRIFT</i> , die sich auf derselben Seite wie die Abbildung befindet – ein Diagrammtitel ist deshalb nahezu immer überflüssig und störend. Eine Abbildung soll für den Leser durch ihren Inhalt, die Abbildungsunterschrift, die Legende, die Formatierung und der Anordnung im Text selbsterklärend, also ohne Lesen des Textes verständlich sein. Diagramme sind immer vollständig zu beschriften (z. B. erläuternde Legende, Achsen mit Text, Symbol, Einheit, Zahlenwerten, ...) und geeignet zu formatieren. Sofern sinnvoll, sind <i>Messwerte nur als grafische Symbole</i> (d. h. ohne verbindende Linien) und <i>berechnete Verläufe nur als Linien</i> (d. h. ohne grafische Symbole) darzustellen. Die Größe ist geeignet zu wählen; ganzseitige Abbildungen sind nur dann sinnvoll, wenn sehr viele Werte oder viele parametrisierte Verläufe dargestellt werden. |
| Tabellen | Tabellen werden als "Tab. xx" fortlaufend durchnummeriert, um sich im Text auf die Tabelle beziehen zu können. Im Unterschied zu Abbildungen besitzen sie <i>immer eine ausführliche Tabellen-ÜBERSCHRIFT</i> , die sich auf derselben Seite wie die Tabelle befindet, und einen selbsterklärenden Tabellenkopf mit Bezeichnung, Symbol, Einheit, usw. der tabellierten Werte. Wird eine Tabelle auf der nächsten Seite fortgesetzt, so ist der Tabellenkopf zu wiederholen. Umfangreiche Tabellen können in den Anhang gesetzt werden, wenn die Daten im Text bereits graphisch dargestellt sind. |
| Symbole | <i>alle mathematischen Symbole im Text sind kursiv zu schreiben</i> (um sie vom Text zu unterscheiden) und <i>beim ersten Auftreten im Text zu erläutern</i> . |
| Formeln, Gleichungen | sind grundsätzlich mit dem Formeleditor zu schreiben. Sie werden üblicherweise einen Tabstopp links eingerückt und in Randnähe in runden Klammern fortlaufend durchnummeriert, z. B. (15). Auf diese Nummer bezieht man sich im Text. Zwischenergebnisse / Formeln, auf die im Text nicht verwiesen wird, müssen nicht nummeriert werden. IUPAC- bzw. SI-Nomenklatur ist zu berücksichtigen. Satzzeichen sind zu benutzen, wenn Symbole oder Formeln im Text stehen. |

Zur Formatierung

| | |
|-------------------------------------|---|
| Blocksatz und Silbentrennung | da technisch-wissenschaftliche Texte oft sehr lange Wörter enthalten, ist Blocksatz mit Silbentrennung am besten geeignet, um extreme Flatterränder zu vermeiden. Silbentrennung ist besser manuell als automatisch vorzunehmen. |
| Schriftgröße, Schriftart | Textkörper und Symbole (auch im Formeleditor) sollten mit derselben Schriftart und in gleicher Größe geschrieben sein. Für Überschriften und Hervorhebungen kann man eine andere Schriftart, -größe, -formatierung verwenden. <i>Beispiel:</i> TimesNewRoman- und Symbol-Schriftart in Schriftgrad 12, Arial in Schriftgrad 11 haben gleiche Größe im Text. 1,5-zeiliger Zeilenabstand erleichtert die Korrektur. |
| Leerzeilen | tragen erheblich zur optischen Strukturierung des Textes bei und werden in geeigneter gewählter, gleichbleibender Anzahl eingefügt z. B. > nach Kapitelüberschriften, Abschnittsüberschriften, nach jedem Absatz innerhalb des Textes, ... > vor/nach jeder Formel, jeder Tabelle, jeder Abbildung, ... |
| Rechtschreibung | immer prüfen (lassen) oder Duden verwenden, wenn Unsicherheiten bei z. B. das/dass, Groß-/Kleinschreibung oder Kommasetzung bestehen. |
| Seitenlayout | vor Abgabe das endgültige Layout überprüfen (in Word mit "Seitenlayoutansicht"). |

Fehlerfortpflanzung, Fehlerrechnung

Die Bezeichnung "Fehler" wird hier im Sinn von "Ungenauigkeiten" bzw. "Genauigkeitsgrenzen" bei der Bestimmung von Messgrößen verwendet. Nicht gemeint ist eine – wie immer auch verursachte – "fehlerhafte Messung".

Problemstellung. Die zu berechnende Größe y hänge von den N Variablen x_1, x_2, \dots, x_N ab,

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N). \quad (1)$$

Die x -Werte seien fehlerbehaftet, d. h. bekannt ist oder zumindest abgeschätzt werden kann

$$\Delta x_i = \text{absoluter Fehler bzw. Ungenauigkeit der Variable } x_i \quad (i = 1, \dots, N).$$

Deshalb wird der nach (1) berechnete y -Wert einen durch die Fehler der x -Werte bedingten Fehler aufweisen ("Fehlerfortpflanzung"),

$$\Delta y = \text{absoluter Fehler bzw. Ungenauigkeit der Größe } y.$$

Ziel der Fehlerrechnung ist es, den absoluten Fehler Δy (bzw. den relativen Fehler $\Delta y/y$) aus den bekannten absoluten Fehlern Δx_i (bzw. den relativen Fehlern $\Delta x_i/x_i$) der $i = 1, \dots, N$ Variablen zu berechnen.

Problemlösung. Der maximale Fehler Δy der Größe y liegt dann vor, wenn sich alle durch die einzelnen Variablen bedingten Fehler addieren. Mathematisch wird dies als totales Differenzial ausgedrückt,

$$\Delta y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_N} \right| \Delta x_N. \quad (2)$$

Aus dem absoluten Fehler Δy kann anschließend der relative Fehler $\Delta y/y$ bestimmt werden.

Spezialfall: Viele technisch-chemische Zusammenhänge besitzen die Struktur

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) = x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3} \cdot \dots \cdot x_N^{n_N}, \quad (3)$$

in der Potenzprodukte der Variablen auftreten. Berechnet man hierfür zunächst (2), teilt anschließend die linke Seite durch y und die rechte Seite durch $x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3} \cdot \dots \cdot x_N^{n_N}$, so entsteht

$$\frac{\Delta y}{y} = \left| n_1 \right| \frac{\Delta x_1}{x_1} + \left| n_2 \right| \frac{\Delta x_2}{x_2} + \dots + \left| n_N \right| \frac{\Delta x_N}{x_N}. \quad (4)$$

Dies besagt: *der relative Fehler $\Delta y/y$ für den Zusammenhang (3) ergibt sich durch Addition der mit den Beträgen der Exponenten multiplizierten relativen Fehler der Variablen x_i .*

Beispiel 1: Welcher relative Fehler der Geschwindigkeitskonstante k ergibt sich, wenn die Temperatur T mit der Genauigkeit $\Delta T = 0,2$ K gemessen wird?
 Zahlenwerte: $k_0 = 1,27 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$; $E = 100000 \text{ J/mol}$; $T = 500,0 \text{ K}$; $R = 8,314 \text{ J/(mol K)}$.

Arrhenius-Gleichung: $k = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) = 1,27 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \exp\left(-\frac{100000}{8,314 \cdot 500,0}\right) = 0,4534 \text{ s}^{-1}$

absoluter Fehler nach (2): $\Delta k = \left| \frac{\partial k}{\partial T} \right| \Delta T = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \frac{E}{RT^2} \Delta T$ (5)

(5 links) durch k , (5 rechts) durch $k_0 \exp(-E/RT)$ teilen:

relativer Fehler aus (5): $\frac{\Delta k}{k} = \frac{E}{RT} \frac{\Delta T}{T}$ (6)

(5) mit Zahlenwerten: $\Delta k = 0,4534 \text{ s}^{-1} \frac{100000}{8,314 \cdot 500,0} \frac{0,2}{500,0} = 0,0044 \text{ s}^{-1}$

(6) mit Zahlenwerten: $\frac{\Delta k}{k} = \frac{E}{RT} \frac{\Delta T}{T} = \frac{100000}{8,314 \cdot 500,0} \frac{0,2}{500,0} = 0,0096$

oder direkt berechnet: $\frac{\Delta k}{k} = \frac{0,0044}{0,4534} = 0,0096$

Der relative Fehler der Geschwindigkeitskonstante k beträgt somit ca. 1 %.

Folgerung: Um diesen Fehler zu verkleinern, müsste die Genauigkeit der Temperaturmessung gesteigert werden. Dies kann eine messtechnische Herausforderung sein, da die angegebenen Werte ($500,0 \pm 0,2 \text{ K}$) bereits einer Messgenauigkeit von $\pm 0,04 \%$ entsprechen.

Beispiel 2 (zum Spezialfall): Um die Dichte ρ einer Flüssigkeit zu ermitteln, wird die Masse $m = 115,21 \text{ g}$ mit Ungenauigkeit $\Delta m = 0,01 \text{ g}$ und das Volumen $V = 100,0 \text{ ml}$ mit Ungenauigkeit $\Delta V = 0,2 \text{ ml}$ bestimmt. Welcher relative Fehler ist für die Dichte zu erwarten?

Ausgangsgleichung: $\rho = mV^{-1} = \frac{m}{V} = \frac{115,21 \text{ g}}{100,0 \text{ mL}} = 1,1521 \text{ g/mL}$

relativer Fehler nach (4): $\frac{\Delta \rho}{\rho} = \left| 1 \right| \frac{\Delta m}{m} + \left| -1 \right| \frac{\Delta V}{V}$ (7)

(7) mit Zahlenwerten: $\frac{\Delta \rho}{\rho} = 1 \cdot \frac{0,01}{115,21} + 1 \cdot \frac{0,2}{100,0} = 0,00009 + 0,00200 \approx 0,0021$

absoluter Fehler: $\Delta \rho = 0,0021 \cdot 1,1521 \text{ g/mL} = 0,0024 \text{ g/mL}$

Der relative Fehler der Dichte beträgt somit ca. 0,2 %.

Folgerung: Um diesen Fehler zu verkleinern, müsste vor allem die Genauigkeit der Volumenmessung verbessert werden, da sie den wesentlichen Beitrag liefert.

Auswahl von Stoffdaten¹

Tab. 1: Stoffdaten von flüssigem Wasser und Wasserdampf in Abhängigkeit von der Temperatur

| flüssiges Wasser | | | | | | Wasserdampf | | |
|------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------------|----------------------|-----------|-------------|--------------------|----------------------|
| T °C | ρ kg/m ³ | ν m ² /s | c_p kJ/(kg K) | λ W/(m K) | Pr - | T °C | c_p kJ/(kg K) | λ W/(m K) |
| 0 | 996,8 | 1,79E-06 | 4,217 | 0,555 | 13,50 | 0 | 1,842 | 0,016 |
| 10 | 999,7 | 1,31E-06 | 4,192 | 0,568 | 9,50 | 25 | 1,842 | 0,019 |
| 20 | 998,2 | 1,00E-06 | 4,182 | 0,581 | 7,03 | 100 | 1,884 | 0,025 |
| 30 | 995,7 | 8,01E-07 | 4,178 | 0,595 | 5,35 | 200 | 1,938 | 0,033 |
| 40 | 992,2 | 6,58E-07 | 4,179 | 0,620 | 4,30 | 300 | 1,993 | 0,043 |
| 50 | 988,1 | 5,53E-07 | 4,181 | 0,645 | 3,57 | | | |
| 60 | 983,2 | 4,74E-07 | 4,185 | - | 3,01 | | | |
| 70 | 977,8 | 4,19E-07 | 4,190 | - | 2,58 | | | |
| 80 | 971,8 | 3,65E-07 | 4,196 | - | 2,23 | | | |
| 90 | 965,3 | 3,26E-07 | 4,205 | - | 1,97 | | | |
| 100 | 958,4 | 2,95E-07 | 4,216 | 0,679 | 1,75 | | | |

| Verdampfungswärmen | | |
|----------------------------------|-------|--------|
| | kJ/kg | kJ/mol |
| H ₂ O | 2257 | 40,63 |
| CH ₃ OH | 1100 | 35,20 |
| C ₂ H ₅ OH | 846 | 38,98 |

Tab. 2: Stoffdaten für trockene Luft in Abhängigkeit von der Temperatur

| T °C | ρ kg/m ³ | ν m ² /s | c_p kJ/(kg K) | λ W/(m K) | T °C | ρ kg/m ³ | ν m ² /s | c_p kJ/(kg K) | λ W/(m K) |
|-----------|-----------------------------|----------------------------|--------------------|----------------------|--------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------------|----------------------|
| 0 | 1,2754 | 1,341E-05 | 1,005 | 0,02454 | 120 | 0,8854 | 2,533E-05 | - | 0,03323 |
| 20 | 1,1881 | 1,513E-05 | - | 0,02603 | 140 | 0,8425 | 2,753E-05 | - | 0,03466 |
| 40 | 1,1120 | 1,692E-05 | - | 0,02749 | 160 | 0,8036 | 2,988E-05 | - | 0,03607 |
| 60 | 1,0452 | 1,888E-05 | - | 0,02894 | 180 | 0,7681 | 3,243E-05 | - | 0,03749 |
| 80 | 0,9859 | 2,103E-05 | - | 0,03038 | 200 | 0,7356 | 3,494E-05 | 1,012 | 0,03891 |
| 100 | 0,9329 | 2,315E-05 | 1,008 | 0,03181 | Pr (Luft) = 0,71 | | | | |

Tab. 3: Wärmeleitfähigkeit λ in W/(m K) von Metallen und Legierungen

| T , °C | Cu | Al | Stahl (unlegiert) | VA-Stahl | Bronze |
|----------|-----|-----|-------------------|----------|--------|
| 20 | 393 | 220 | 95 | 15 | 48 |
| 100 | 384 | 206 | 56 | 16 | - |

Tab. 4: Wärmeleitfähigkeit λ in W/(m K) von Isolierstoffen und nichtmetallische Werkstoffen

| Glasfasermatte | Mineralwolle | Glaswolle | Gummi | Glas | Borosilikatglas | Steinzeug |
|----------------|--------------|-----------|-------|-----------|-----------------|-----------|
| 0,035...0,06 | 0,038...0,06 | 0,05 | 0,15 | 0,7...1,2 | 1,2 | 1,0...1,6 |

Tab. 5: Typische Wärmeübergangszahlen α in W/(m² K) für fluide Medien an Wandflächen

| Fluid | niedrig | mittel | hoch |
|-----------------------------------|---------|--------|-------|
| Luft | 8 | 40 | 80 |
| Wasser | 100 | 1000 | 8000 |
| Siedendes Wasser | 1000 | 6000 | 40000 |
| Siedende organische Flüssigkeiten | 900 | 1500 | 2500 |
| Kondensierender Wasserdampf | 5000 | 14000 | 25000 |
| Kondensierende organische Dämpfe | 500 | 1000 | 2000 |

Tab. 6: Typische Wärmedurchgangszahlen k in W/(m² K) in für verschiedene Austauschmedien

| Fluid 1 | Fluid 2 | niedrig | mittel | hoch |
|---------------|-----------------------------|---------|--------|------|
| Luft oder Gas | Luft oder Gas | 6 | 25 | 70 |
| Luft oder Gas | Wasser | 8 | 50 | 100 |
| Wasser | Wasser | 250 | 800 | 2300 |
| Wasser | Kondensierender Wasserdampf | 500 | 1500 | 4000 |

¹ Die Zahlenwerte sind zusammengestellt aus:

Autorenkollektiv, Chemisch-technische Stoffwerte – eine Datensammlung, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig: 1987 und Vauck, W., Müller, H., Grundoperationen chemischer Verfahrenstechnik, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig: 1989 (8. Auflage)

Praktikumsversuch Druckabfall

Aufgabenstellung. Der Versuch besteht aus drei Teilaufgaben:

1. Feststoffschüttungen aus Teilchen mit unterschiedlicher Größe und Form (Kugeln, Raschigringe, ...) sind zu charakterisieren.
2. Eine ruhende Feststoffschüttung, die von einem Fluid durchströmt wird, bezeichnet man als Festbett. Der Druckabfall unterschiedlich aufgebauter Feststoffschüttungen ist in Abhängigkeit vom Volumenstrom der durchströmenden Luft zu ermitteln.
3. Der Druckabfall beim Ausströmen von Wasser aus einem Behälter durch eine Schlauchleitung ist zu bestimmen.

1. Charakterisierung von Schüttungen

Hierzu dienen vor allem vier Parameter:

- der Leerraumanteil ε_g der Schüttung,
- die Schüttdichte $\rho_{Schütt}$,
- der Äquivalentdurchmesser $d_{\ddot{A}q}$ eines unregelmäßig geformten Teilchens,
- die spezifische Oberfläche a_V .

Leerraumanteil. Das Gesamtvolumen V der Schüttung setzt sich aus dem Volumen V_g des Gases und dem Volumen V_s des Feststoffs zusammen,

$$V = V_g + V_s . \quad (1)$$

Der Leerraumanteil (Gasanteil) ε_g der Schüttung ist das Verhältnis von Leerraumvolumen (Gasvolumen) zum Gesamtvolumen,

$$\varepsilon_g = \frac{V_g}{V} . \quad (2)$$

Ersichtlich ist $0 < \varepsilon_g < 1$. Damit ergeben sich die Volumina zu

$$V_g = \varepsilon_g V , \quad V_s = (1 - \varepsilon_g) V . \quad (3)$$

Schüttdichte. Befindet sich die Masse m_s des Feststoffs in einer Schüttung des Gesamtvolumens V , so gilt für die Dichte des Feststoffs ρ_s und die Schüttdichte $\rho_{Schütt}$

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} , \quad \rho_{Schütt} = \frac{m_s}{V} = \frac{V_s}{V} \frac{m_s}{V_s} = (1 - \varepsilon_g) \rho_s . \quad (4)$$

Die Schüttdichte ist also um den Faktor $(1 - \varepsilon_g)$ kleiner als die Feststoffdichte.

Äquivalentdurchmesser. Technisch eingesetzte Schüttungen bestehen oft aus unregelmäßig geformten oder nicht-kugelförmigen Teilchen. Um die Größe solcher Teilchen durch einen einzigen Zahlenwert zu charakterisieren, benutzt man den Äquivalentdurchmesser $d_{\ddot{A}q}$,

$$d_{\ddot{A}q} = \frac{6V_p}{A_p}. \quad (5)$$

Hierin ist V_p das Volumen und A_p die Oberfläche des Teilchens ("p" für "Partikel"). Für ein kugelförmiges Teilchen ist der Äquivalentdurchmesser gleich dem Kugeldurchmesser d_{Kugel} ,

$$d_{\ddot{A}q} = \frac{6V_{Kugel}}{A_{Kugel}} = \frac{6 \cdot \frac{\pi}{6} d_{Kugel}^3}{\pi d_{Kugel}^2} = d_{Kugel}.$$

Weist eine solche Mischung die Massenanteile w_i an Teilchen des Äquivalentdurchmessers $d_{\ddot{A}q,i}$ auf, ergibt sich der Äquivalentdurchmesser aus

$$\frac{1}{d_{\ddot{A}q}} = \sum_i \frac{w_i}{d_{\ddot{A}q,i}}. \quad (7)$$

Spezifische Oberfläche. Sie gibt an, welche gesamte äußere Oberfläche die Teilchen einer Schüttung pro Volumeneinheit der Schüttung aufweisen. Sind insgesamt N Teilchen im Volumen V vorhanden, so beträgt die gesamte äußere Oberfläche $A_s = NA_p$ und das Teilchenvolumen $V_s = NV_p$. Die spezifische Oberfläche a_v ist daher

$$a_v = \frac{A_s}{V} = \frac{A_s}{V_s} (1 - \varepsilon_g) = \frac{NA_p}{NV_p} (1 - \varepsilon_g) = \frac{6(1 - \varepsilon_g)}{d_{\ddot{A}q}}, \quad (8)$$

wozu (3 rechts) und (5) verwendet wird.

Versuchsaufbau und allgemeine Versuchsdurchführung zur Charakterisierung von Feststoffschüttungen.

Messzylinder mit unterschiedlichen Durchmessern d_{Zyl} werden zunächst leer gewogen, danach mit dem jeweiligen Feststoff gefüllt und gewogen und, nachdem der Leerraum mit Wasser aufgefüllt ist, wieder gewogen. Die mittlere Masse sowie die mittleren Abmessungen eines Feststoffteilchens sind zu ermitteln.

D1) Charakterisierung der Schüttung

Der Leerraumanteil, die Schüttdichte, die Feststoffdichte und die spezifische Oberfläche der eingesetzten Schüttungen sind aus den Wägungen zu bestimmen. Die genannten Größen sind in Abhängigkeit vom Durchmesser Verhältnis $d_{Zyl}/d_{\ddot{A}q}$ graphisch darzustellen. Geeignete Regressionsgleichungen sind zu verwenden, um diese Abhängigkeiten zu beschreiben.

2. Druckabfall im Festbett

Je höher der Volumenstrom \dot{V} des Gases ist, desto größer wird der Druckabfall Δp für die Durchströmung des Festbetts und folglich die kostenverursachende Leistung $P_{\text{Strömung}}$,

$$P_{\text{Strömung}} = \dot{V} \Delta p . \quad (9)$$

Analog zur Berechnung des Druckabfalls bei reibungsbehafteter Rohrströmung verwendet man für die Durchströmung ruhender Feststoffschüttungen den Ansatz

$$\Delta p = \lambda \frac{\rho_g}{2} u_0^2 \frac{L}{d_{\ddot{A}q}} . \quad (10)$$

Hierin ist λ der dimensionslose Widerstandsbeiwert, ρ_g die Dichte des Gases, u_0 die Leerrohrgeschwindigkeit des Gases und L die Länge (Höhe) der Schüttung.

Leerrohrgeschwindigkeit. In einer Feststoffschüttung steht der Gasströmung nicht die gesamte Querschnittsfläche A des Apparats, sondern nur die vom Gas – d. h. die nicht vom Feststoff - erfüllte Querschnittsfläche A_g zur Verfügung. Zwischen beiden Querschnittsflächen besteht der Zusammenhang

$$A_g = \frac{V_g}{L} = \frac{V_g}{V} \frac{V}{L} = \varepsilon_g A . \quad (11)$$

Da Schüttungen in Wandnähe immer einen höheren Leerraumanteil als im Inneren aufweisen, kann man (11) nur dann anwenden, wenn das Verhältnis von Behälterdurchmesser zu Teilchendurchmesser hinreichend groß ist (Größenordnung: $d_{\text{Behälter}}/d_{\ddot{A}q} \geq 20$).

Die bei der Durchströmung der Hohlräume vorliegende tatsächliche mittlere Geschwindigkeit u ergibt sich aus dem Volumenstrom und dem schüttungsabhängigen freien Querschnitt zu

$$u = \dot{V} / A_g . \quad (12)$$

Für die *von der Art der Schüttung unabhängige Leerrohrgeschwindigkeit* u_0 wird der gesamte Apparatequerschnitt A als Bezugsgröße verwendet,

$$u_0 = \dot{V} / A . \quad (13)$$

Zwischen beiden Geschwindigkeiten besteht der Zusammenhang

$$u_0 = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{A_g}{A} \frac{\dot{V}}{A_g} = \varepsilon_g u . \quad (14)$$

Die Leerrohrgeschwindigkeit ist somit um den Faktor ε_g kleiner als die tatsächliche mittlere Geschwindigkeit.

Widerstandsbeiwert. Bei Schütttschichten liegt wie bei der Rohrströmung eine Abhängigkeit des Widerstandsbeiwerts λ von den Strömungsbedingungen - also von der Re -Zahl - und zusätzlich vom Leerraumanteil ϵ_g der Schüttung vor. Die Gleichung von Ergun lautet

$$\lambda_{Ergun} = \frac{1 - \epsilon_g}{\epsilon_g^3} \left[3,50 + 300 \frac{1 - \epsilon_g}{Re} \right]. \quad (15)$$

Die Reynolds-Zahl Re berechnet man mit dem Äquivalentdurchmesser, der Leerrohrgeschwindigkeit und der kinematischen Viskosität ν_g des Gases aus

$$Re = \frac{d_{\ddot{A}q} u_0}{\nu_g}. \quad (16)$$

Gleichung (15) ist insofern "unflexibel", als sie für alle Schüttungen gelten soll, aber keine freien, an die Messwerte anpassbaren Parameter enthält. Deshalb werden die experimentellen Daten einer beliebigen Schüttung nur mit einem mehr oder weniger großen Fehler wiedergeben. Flexibler ist dagegen der Ansatz

$$\lambda_{\text{modifiziert}} = \frac{1 - \epsilon_g}{\epsilon_g^3} \left[A + B \frac{1 - \epsilon_g}{Re} \right], \quad (17)$$

der zwei anpassbare Parameter A , B aufweist, die mit dem in Excel integrierten Solver zu ermitteln sind. Als zu minimierende Zielfunktion dient hierzu die Quadratsumme QS ,

$$QS = \sum_{\text{alle Messwerte}} (\Delta p_{\text{exp}} - \Delta p_{\text{ber}})^2, \quad (18)$$

die sich aus der Summe der quadrierten Abweichungen zwischen experimentellen und berechneten Druckabfällen an allen Messpunkten ergibt.

Versuchsaufbau und allgemeine Versuchsdurchführung zum Druckabfall im Festbett.

Der Versuchsaufbau besteht aus Druckluftanschluss, Schwebekörperdurchflussmesser mit Regulierventil zur Einstellung und Messung des Volumenstroms der Luft, Schüttungen verschiedener Höhe und Teilchengröße und einem wassergefüllten U-Rohrmanometer zur Messung des Druckabfalls.

| | |
|------------------------|---|
| 1) <i>Vorbereitung</i> | Schläuche für Luftzufuhr und Manometer an eine Säule anschließen. Regulierventil am Durchflussmesser vollständig öffnen, Drucklufthahn langsam öffnen, bis maximaler Durchfluss erreicht wird. |
| 2) <i>Messung</i> | Vorgegebene Werte des Volumenstroms am Regulierventil des Durchflussmessers einstellen, Druckabfall am Manometer ablesen. |
| 3) <i>Wiederholung</i> | 1) – 2) für andere Schüttungen wiederholen. |

Auswertung zum Druckabfall im Festbett

D2) Allgemein

Ein vereinfachtes Fließbild des verwendeten Versuchsaufbaus ist unter Verwendung der grundlegenden Fließbildsymbole zu erstellen und beizufügen.

D3) Experimenteller Druckabfall Festbett

Der Druckabfall der eingesetzten Schüttungen ist in Abhängigkeit vom Volumenstrom der Luft zu messen und graphisch darzustellen.

D4) Widerstandsbeiwert

Der Widerstandsbeiwert λ ist aus den Messwerten über (10) zu berechnen und in Abhängigkeit von der Re -Zahl sowie von $1/Re$ graphisch darzustellen. In diese Diagramme sind die mit der Ergun-Gleichung (15) berechneten λ_{Ergun} -Werte sowie die mit (17) erhaltenen $\lambda_{modifiziert}$ -Werte einzutragen.

D5) Berechneter Druckabfall

Der Druckabfall ist in Abhängigkeit vom Volumenstrom zu berechnen

- a) mit den λ_{Ergun} -Werten nach (15);
- b) mit den $\lambda_{modifiziert}$ -Werten nach (17);
- c) mit dem Ansatz $\Delta p = C \frac{\rho_g u_0^n}{2} \frac{L}{d_{\lambda q}}$, (18)

der zwei freie Parameter C, n enthält, die mit dem Excel-Solver zu bestimmen sind.

Die berechneten Verläufe sind mit den experimentellen in Diagrammen zu vergleichen.

D6) Erforderliche Leistung

Die für die Durchströmung der untersuchten Schüttschichten erforderliche Leistung pro Meter Schütthöhe ($= P_{Strömung}/L$) ist in Abhängigkeit vom Volumenstrom zu berechnen und graphisch darzustellen.

3. Druckabfall beim Ausströmen aus einem Behälter

Versuchsaufbau und allgemeine Versuchsdurchführung.

Der Versuchsaufbau besteht aus einem wassergefüllten Behälter, aus dem das Wasser über einen Bodenablasshahn durch eine Schlauchleitung strömt. Um den Druckabfall in der Schlauchleitung zu bestimmen, wird das im Behälter vorhandene Wasservolumen in Abhängigkeit von der Zeit ermittelt.

Bezeichnungen: Index 1 = Flüssigkeitsspiegel im Behälter, Index 2 = Auslauf Schlauch

| | |
|-------------------------|---|
| 1) <i>Vorbereitung:</i> | <ul style="list-style-type: none"> • die Querschnittsfläche A_1 des Behälters wird indirekt bestimmt: an der Außenseite des Behälters wird gemessen, welche Höhe h_{Skala} das Volumen V_{Skala} einnimmt. Dann ergibt sich $A_1 = V_{Skala} / h_{Skala}$. • Länge L des gewickelten Schlauches ist angegeben. • Durchmesser d_2 des Schlauches messen und hieraus die Querschnittsfläche A_2 berechnen. • Die Höhe des Flüssigkeitsaustritts am Schlauch wird $h_2 = 0$ gesetzt. Die Höhe h_B des Behälterbodens (= Ablauf im Boden) und die Anfangshöhe h_{10} der 2000 mL-Marke ist bezüglich des Flüssigkeitsaustritts am Schlauch zu messen. |
| 2) <i>Messung:</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Behälter exakt bis zur 2000 mL-Marke mit Wasser auffüllen. <i>Die Schläuche müssen vollständig gefüllt sein.</i> • Hahn am Behälterausschlauf bis zur vorgegebenen Markierung öffnen (1 Umdrehung), Stoppuhr starten. • Zeit notieren, nach der die Masse des aufgefangenen Wassers um jeweils 100 g zugenommen hat. Hahn schließen, sobald der Flüssigkeitsspiegel den Behälterboden erreicht hat. Die Schläuche müssen gefüllt bleiben. |

Auswertung Druckabfall beim Ausströmen aus einem Behälter

D7) Allgemein

Ein vereinfachtes Fließbild des verwendeten Versuchsaufbaus ist unter Verwendung der grundlegenden Fließbildsymbole zu erstellen und beizufügen.

D8) Zeitabhängiges Volumen

Aus den Werten der ausgeströmten Masse des Wassers ist das zeitabhängige Füllvolumen $V_1(t)$ des Behälters zu berechnen. Eine Regression ist durchzuführen mit dem Ansatz

$$V_{1,ber} = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \quad (19)$$

Berechnete und experimentelle Werte sind als Diagramm darzustellen, die Qualität der Regression ist zu beurteilen.

Die zeitabhängige Höhe h_1 des Flüssigkeitsspiegels ist aus V_1 zu berechnen.

D9) Zeitabhängiger Volumenstrom

Der zeitabhängige Volumenstrom ergibt sich aus der Regressionsgleichung (19) zu

$$\dot{V}_{1,ber} = \frac{dV_{1,ber}}{dt} = b_1 + 2b_2t. \quad (20)$$

D10) Zeitabhängige Geschwindigkeiten

Die Absinkgeschwindigkeit u_1 des Flüssigkeitsspiegels folgt aus dem Volumenstrom zu

$$u_1 = \frac{\dot{V}_{1,ber}}{A_1}. \quad (21)$$

Die zugehörige Austrittsgeschwindigkeit u_2 findet man über die Kontinuitätsgleichung für die Stellen 1 und 2,

$$A_1u_1 = A_2u_2 \quad (22)$$

D11) Bernoulli-Gleichung

Die Bernoulli-Gleichung für reibungsbefahete Strömung für Stellen 1 und 2 lautet allgemein

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \Delta p_{12}. \quad (23)$$

Da für die Drucke $p_1 = p_2 = p_{Luft}$ gilt und die Höhe des Auslaufs $h_2 = 0$ gesetzt ist, verbleibt

$$\rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \Delta p_{12}, \quad (24)$$

woraus man den Druckabfall Δp_{12} berechnen und in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit u_2 in einem Diagramm darstellen kann. Eine geeignete Regressionsgleichung ist anzugeben.

D12) Widerstandsbeiwert

Der Widerstandsbeiwert λ ist über die Gleichung

$$\Delta p_{12} = \lambda \frac{\rho}{2} u_2^2 \frac{L}{d_2} \quad (25)$$

zu bestimmen. Mit der kinematische Viskosität des Wassers ν ergibt sich die Reynolds-Zahl Re_2 für die Strömung im Schlauch zu

$$Re_2 = \frac{u_2 d_2}{\nu}. \quad (26)$$

Die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwerts λ von der Reynolds-Zahl Re_2 ist als Diagramm darzustellen. Eine geeignete Regressionsgleichung ist anzugeben. Folgende Verläufe² sind in das Diagramm einzutragen und mit den experimentellen Werten zu vergleichen:

$$\lambda_{ber} = \frac{64}{Re_2} \quad \text{für } Re_2 < 2320 \quad (27a)$$

$$\lambda_{ber} = 0,3146 Re_2^{-0,25} \quad \text{für } 2320 < Re_2 < 10^5 \quad (\text{nach Blasius}) \quad (27b)$$

$$\lambda_{ber} = 0,0054 + 0,396 Re_2^{-0,3} \quad \text{für } Re_2 < 2 \cdot 10^6 \quad (\text{nach Hermann}) \quad (27c)$$

D13) reibungsfreie Strömung

Nimmt man an, dass die Strömung reibungsfrei ($\Delta p_{12} = 0$) und die Sinkgeschwindigkeit u_1 des Flüssigkeitsspiegels klein gegenüber der Geschwindigkeit u_2 im Schlauch ist, so folgt aus (24)

$$u_2 = \sqrt{2gh_1} . \quad (28)$$

Die Mengenbilanz des Wassers im Behälter kann als

$$\frac{dh_1}{dt} = -u_1 \quad \text{mit } h_1(0) = h_{10} \quad (29)$$

geschrieben werden, wobei h_{10} die (gemessene) Anfangshöhe des Flüssigkeitsspiegels ist. Setzt man (28) unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung (22) in (29) ein und integriert, so gewinnt man die zeitabhängige Höhe des Flüssigkeitsspiegels zu

$$h_1(t) = \left(\sqrt{h_{10}} - \frac{A_2}{2A_1} \sqrt{2g} t \right)^2 \quad (\text{gültig für } h_{10} \geq h_1 \geq h_B) . \quad (30)$$

Für die als reibungsfrei angenommene Strömung ist das Volumen V_1 im Behälter in Abhängigkeit von der Zeit zu berechnen und in das Diagramm **D8** einzutragen.

² man vergleiche hierzu beispielsweise Bohl, W., Technische Strömungslehre, Würzburg: Vogel-Verlag 1986 (7. Auflage), S. 96 – 102.

Praktikumsversuch Zonensedimentation

Aufgabenstellung. Der Versuch besteht aus zwei Teilaufgaben:

1. Das Absetzverhalten von Suspensionen in Messzylindern ist zu untersuchen. Variiert werden die Art des Feststoffs, der Massenanteil des Feststoffs und der Durchmesser der Messzylinder.
2. In einem Sedimentationsbehälter ist eine kontinuierliche Sedimentation durchzuführen, um die aufgebene Suspension in einen nahezu feststofffreien Klarlauf und einen mit Feststoff angereicherten Dickschlamm aufzutrennen.

1. Absetzverhalten von Suspensionen in Messzylindern

Beim Sedimentieren setzen sich die in einer Suspension enthaltenen Feststoffteilchen unter der Wirkung der Schwerkraft ab. Die Suspension wird aufgetrennt in einen *Klarlauf*, d. h. eine ganz oder nahezu feststofffreie Flüssigkeit und einen so genannten *Dickschlamm*, d. h. eine pumpfähige Suspension mit hohem Feststoffgehalt. Sedimentationsprozesse lassen sich nur auf feinkörnige Suspensionen anwenden.

In Suspensionen mit sehr geringem Feststoffgehalt liegt immer *Einzelteilchensedimentation* vor, bei der sich frei gegeneinander bewegliche Einzelteilchen unabhängig voneinander absetzen. Bei höheren Feststoffgehalten einer Suspension – dem technisch wichtigen Fall – behindern sich die Teilchen gegenseitig in ihrer Bewegung, und es entsteht die so genannte *Zonensedimentation*. Alle Teilchen sedimentieren unabhängig von ihrer Größe mit der gleichen Geschwindigkeit. Es handelt sich um die Durchströmung der sedimentierenden Teilchenstruktur durch die Flüssigkeit. Mit fortschreitender Sedimentation wird die Sedimentationszone immer kleiner, bis nurmehr die so genannte Kompressionszone vorliegt, die sich durch weitere Verdichtung bis auf einen konstanten Endwert verkleinert. Abb. 1 zeigt schematisch die Abfolge der verschiedenen Absetzzonen für einen Sedimentationsversuch im Messzylinder.

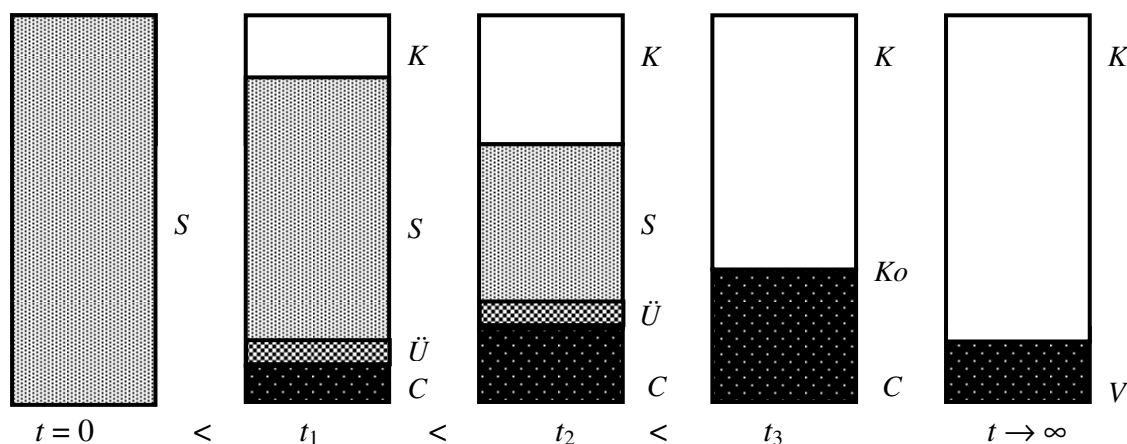


Abb. 1: Ausbildung verschiedener Absetzzonen bei der Sedimentation im Messzylinder in Abhängigkeit von der Zeit. K : Klarflüssigkeitszone, S : Sedimentationszone, \ddot{U} : Übergangszonen, C : Kompressionszone, Ko : Kompressionspunkt, V : verdichtete Kompressionszone.

Abb. 2 zeigt einen typischen zeitlichen Verlauf für solche Absetzversuche. Das Volumen V_{Sedi} der Suspensionszone nimmt zunächst linear bezüglich der Zeit ab, bis der Kompressionspunkt erreicht wird. Danach erfolgt die langsame Verdichtung auf einen Endwert.

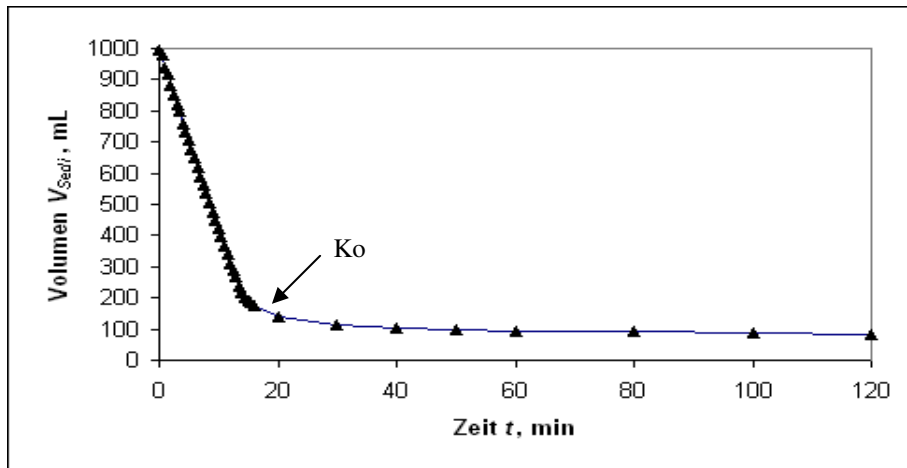


Abb. 2: Volumen der Sedimentationszone V_{Sedi} in Abhängigkeit von der Zeit t bei der Sedimentation im Messzylinder (Ko: Kompressionspunkt)

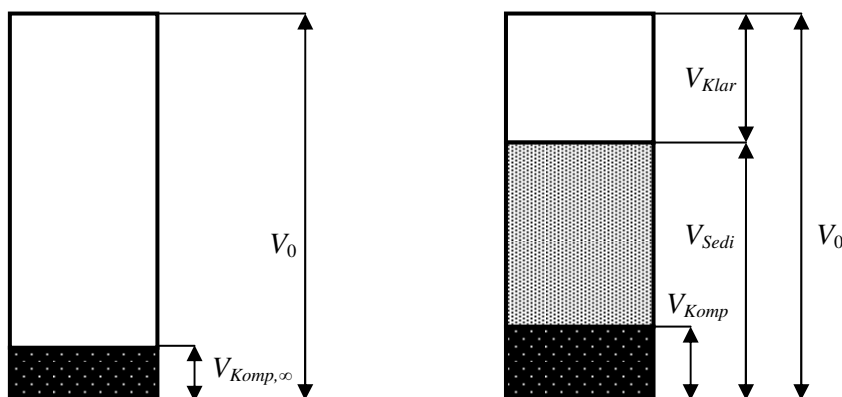


Abb. 3: Bezeichnung der Volumina für die Auswertung der Sedimentation im Messzylinder. Links: vollständige Sedimentation vor der Resuspendierung. Rechts: während des Absetzversuchs.

Versuchsaufbau. Verschleißbare Messzylinder mit unterschiedlichen Durchmessern, die mit Suspensionen verschiedener Feststoffe / verschiedenem Feststoffgehalt gefüllt sind.

Versuchdurchführung

| | |
|-------------------------|---|
| 1) <i>Vorbereitung:</i> | Messzylinder zunächst <u>nicht</u> bewegen, um eine Resuspendierung zu vermeiden! Gesamtvolumen V_0 und Volumen der Kompressionszone $V_{Komp,\infty}$ für alle Messzylinder ablesen. |
| 2) <i>Messung:</i> | Feststoff durch gründliches Schütteln der Zylinder resuspendieren. Volumen der Sedimentationszone V_{Sedi} in gleichbleibenden Zeitabständen notieren. |

Auswertung

Z1) Charakterisierung der Ausgangssuspension und der Kompressionszone

Ausgehend von den Werten

- des abgelesenen Gesamtvolumens V_0 des Zylinders,
- der darin eingewogenen Feststoffmasse $m_{0,S}$,
- der angegebenen Dichte des Feststoffs ρ_S ,
- dem abgelesenen Endvolumen der Kompressionszone $V_{Komp,\infty}$ (d. h. für $t \rightarrow \infty$),
- der Dichte des Wassers ρ_W für die vorherrschende Temperatur

sind folgende Größen zu berechnen:

- | | | |
|---|------------------------------|------|
| • Volumen des Feststoffs in der Suspension | $V_{0,S} = m_{0,S} / \rho_S$ | |
| • Volumen des Wassers in der Suspension | $V_{0,W} = V_0 - V_{0,S}$ | |
| • Masse des Wassers in der Suspension | $m_{0,W} = V_{0,W} \rho_W$ | |
| • Gesamtmasse der Suspension | $m_0 = m_{0,S} + m_{0,W}$ | (1a) |
| • Dichte der Suspension | $\rho_0 = m_0 / V_0$ | |
| • Massenanteil des Feststoffs in der Suspension | $w_0 = m_{0,S} / m_0$ | |

- | | | |
|--|--|------|
| • Volumen Wasser in der Kompressionszone | $V_{Komp,W} = V_{Komp,\infty} - V_{0,S}$ | |
| • Masse Wasser in der Kompressionszone | $m_{Komp,W} = V_{Komp,W} \rho_W$ | (1b) |
| • Gesamtmasse in der Kompressionszone | $m_{Komp} = m_{0,S} + m_{Komp,W}$ | |
| • Massenanteil Feststoff in der Kompressionszone | $w_{Komp} = m_{0,S} / m_{Komp}$ | |

Die berechneten Größen sind tabellarisch zusammenzustellen und im Hinblick auf die Unterschiede der eingesetzten Suspensionen zu diskutieren. Diagramme mit ρ_0 , w_{Komp} , $V_{Komp,\infty}$ in Abhängigkeit vom Feststoffmassenanteil w_0 sowie $V_{Komp,\infty}$ in Abhängigkeit vom Feststoffvolumen $V_{0,S}$ sind zu erstellen.

Z2) Regression

Das Volumen der Sedimentationszone V_{Sedi} ist in Abhängigkeit von der Zeit für **vergleichbare Messreihen** in Diagrammen darzustellen. Für jede Messreihe ist für den Bereich der linearen zeitlichen Abnahme des Volumens der Sedimentationszone V_{Sedi} (vgl. Abb. 2) eine einfache lineare Regression mit den Tabellenfunktionen Achsenabschnitt, Steigung für

$$V_{Sedi} = a + bt \tag{2}$$

durchzuführen. Die Regressionsgeraden sind in das Diagramm einzutragen, die Qualität der Regression ist zu beurteilen.

Um die Sedimentation in Messzylindern mit unterschiedlichen Durchmessern zu vergleichen, trage man V_{Sedi}/V_0 in Abhängigkeit von der Zeit auf.

Z3) Volumenstrom sedimentierender Feststoff, Absetzgeschwindigkeit

Der Parameter $-b$ der Regressionsgerade jeder Messreihe ist mit dem Volumenstrom des sedimentierenden Feststoffs identisch, wie man durch Differenzieren von (2) findet,

$$\dot{V}_{Sedi} = -\frac{dV_{Sedi}}{dt} = -b. \quad (3)$$

Die Volumenströme \dot{V}_{Sedi} (Einheit: mL/min) sind für alle Messreihen in Abhängigkeit vom jeweiligen Massenanteil w_0 des Feststoffs in der Suspension graphisch darzustellen. Eine geeignete Regressionsgleichung ist zu benutzen, um diese Abhängigkeit zu beschreiben.

Die Absetzgeschwindigkeit u_{Sedi} folgt mit der Querschnittsfläche A_{Zyl} des jeweiligen Messzylinders aus

$$u_{Sedi} = \frac{\dot{V}_{Sedi}}{A_{Zyl}}. \quad (4)$$

Die Absetzgeschwindigkeit u_{Sedi} (Einheit: cm/min) ist für alle Messreihen zu berechnen und in Abhängigkeit vom jeweiligen Massenanteil w_0 des Feststoffs in der Suspension graphisch darzustellen.

Z4) Massenstrom des sedimentierenden Feststoffs.

Besteht das veränderliche Volumen V_{Klar} der Klarzone nur aus Wasser, so erhält man aus dem Gesamtvolumen V_0 und dem gemessenen zeitabhängigen Volumen V_{Sedi} der Sedimentationszone zu

$$V_{Klar}(t) = V_0 - V_{Sedi}(t). \quad (5)$$

Damit sich die V_{Klar} entsprechende Masse m_{Klar} an Wasser,

$$m_{Klar} = V_{Klar}\rho_W, \quad (6)$$

bildet, muss die Masse $m_{Susp} = m_{Klar} + m_{Sedi}$ der Ausgangssuspension vollständig in Wasser und in den sedimentierten Feststoff der Masse m_{Sedi} aufgespalten werden. Da die Ausgangssuspension den Massenanteil w_0 an Feststoff (Massenanteil $1 - w_0$ an Wasser) besitzt, ist

$$m_{Susp} = \frac{m_{Klar}}{1 - w_0}, \quad m_{Sedi} = m_{Susp} w_0 = \frac{w_0}{1 - w_0} m_{Klar}. \quad (7)$$

Mit (5) und (6) erhält man die gesamte, bis zum Zeitpunkt t sedimentierte Feststoffmasse zu

$$m_{Sedi} = \frac{w_0}{1 - w_0} \rho_W (V_0 - V_{Sedi}(t)). \quad (8)$$

Den momentan vorliegenden Massenstrom des sedimentierenden Feststoffs \dot{m}_{Sedi} findet man aus der zeitlichen Änderung der Masse m_{Sedi} ,

$$\dot{m}_{Sedi} = \frac{dm_{Sedi}}{dt} = \frac{w_0}{1 - w_0} \rho_W \left(-\frac{dV_{Sedi}}{dt} \right). \quad (9)$$

Mit dem Volumenstrom des sedimentierenden Feststoffs nach (3) ergibt sich schließlich

$$\dot{m}_{Sedi} = \frac{w_0}{1-w_0} \rho_w \dot{V}_{Sedi} = \frac{w_0}{1-w_0} \rho_w (-b). \quad (10)$$

Der Massenstrom \dot{m}_{Sedi} (Einheit: g/min) ist nach (10) für alle Messreihen zu berechnen und in Abhängigkeit vom Massenanteil w_0 des Feststoffs in der Suspension graphisch darzustellen. Eine geeignete Regressionsgleichung ist zu benutzen, um diese Abhängigkeit zu beschreiben.

Z5) Querschnittsbelastung

Um einen Sedimentationsapparat auszulegen, benötigt man die so genannte Querschnittsbelastung \dot{G}_{Sedi} , d. h. den auf die Querschnittsfläche bezogenen Massenstrom des sedimentierenden Feststoffs. Mit der Querschnittsfläche A_{Zyl} der Zylinder erhält man

$$\dot{G}_{Sedi} = \frac{\dot{m}_{Sedi}}{A_{Zyl}}. \quad (11)$$

Die Querschnittsbelastung (Einheit: g/(cm² min)) ist für alle Messreihen zu berechnen und in Abhängigkeit vom Massenanteil w_0 des Feststoffs in der Suspension graphisch darzustellen. Eine geeignete Regressionsgleichung ist zu benutzen, um diese Abhängigkeit zu beschreiben.

Z6) Einzelteilchensedimentation

Die stationäre Sinkgeschwindigkeit w_{sink} kugelförmiger Einzelteilchen ist nach dem im Anhang angegebenen Verfahren in Abhängigkeit vom Teilchendurchmesser d_p (0,001 / 0,002 / 0,004 / 0,008 / 0,010 / 0,020 ... / 1 / 2 / 4 mm) zu berechnen und in einem Diagramm mit logarithmisch skalierten Achsen darzustellen.

Diagramme (mit logarithmisch skalierten Achsen), welche die Abhängigkeit der Archimedes-Zahl $Ar(Re)$ bzw. des Widerstandsbeiwerts $\lambda(Re)$ von der Reynolds-Zahl Re für die verschiedenen Bereiche zeigen, sind zu erstellen.

2. Kontinuierliche Sedimentation im Sedimentationsbehälter

Aufgabenstellung.

Eine Suspension (Feststoff-Massenanteil w_F) soll kontinuierlich in einem Behälter in einen nahezu feststofffreien Klarlauf (Massenanteil $w_K \approx 0$) und in einen Dickschlamm (Massenanteil w_D) getrennt werden. Abb. 4 zeigt den schematischen Aufbau.

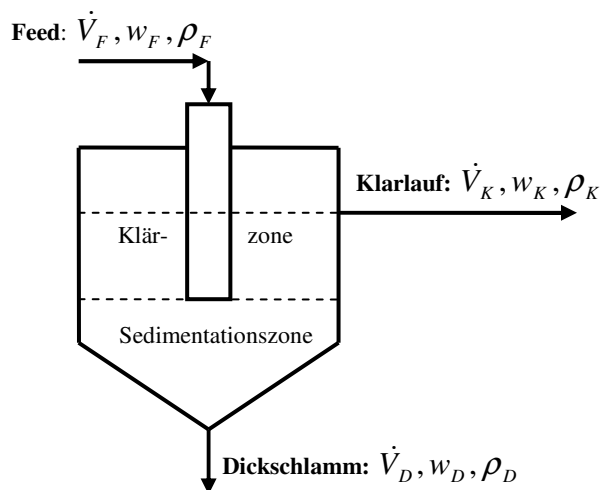


Abb. 4 Schematischer Aufbau des Sedimentationsbehälters und Bezeichnung der Ströme.

Versuchsdurchführung:

- 1) Volumenstrom \dot{V}_F der Pumpe für eine der vorgegebene Einstellung bestimmen:
 Zeitdauer messen, in der ein bestimmtes Volumen eines Messzylinders gefüllt wird. Aus der Wägung des Messzylinders (leer, voll) ist die Dichte ρ_F der Feedsuspension und der Massenanteil w_F an Feststoff zu berechnen.
 Suspension zurück in die Pumpvorlage geben.
- 2) Sedimentationsbehälter bis zum Überlauf mit Feedsuspension zu füllen.
- 3) Abwarten, bis die sinkende Sedimentationszone die Unterkante des Zentralrohrs erreicht.
- 4) Feedpumpe starten.
 Sobald Klarlauf eintritt, Stoppuhr starten, Dickschlamm und Klarlauf in vorher leer gewogenen Messzylindern auffangen.
Volumenstrom des Dickschlammes mit der Schlauchklemme am Ablauf so einstellen, dass stets gleichgroße Volumina an Dickschlamm und Klarlauf in den Messzylindern vorliegen.
- 5) Gefüllte Messzylinder durch leere ersetzen, Zeit notieren.
 Gefüllte Zylinder abwiegen, dann in den Sammelbehälter entleeren.

Auswertung

Z7) Allgemein

Ein vereinfachtes Fließbild des verwendeten Versuchsaufbaus ist unter Verwendung der grundlegenden Fließbildsymbole zu erstellen und beizufügen.

Z8) Dichte, Massenanteil Feststoff der Feedsuspension

Die Dichte ρ_F der Suspension ergibt sich aus der Masse und dem Volumen, die sich im Messzylinder befinden. Den Massenanteil w_F erhält man aus der Dichte zu

$$w_F = \frac{1/\rho_F - 1/\rho_w}{1/\rho_s - 1/\rho_w}. \quad (12)$$

Z9) Massen / Volumina, Massen- / Volumenströme

Bei jeder Wägung der gefüllten Messzylinder erhält man die Masse Δm_D und das Volumen ΔV_D des Dickschlammes sowie die Masse Δm_K und das Volumen ΔV_K des Klarlaufs. Die Wägung finde jeweils zu den Zeiten $0, t_1, t_2, t_3, \dots$ statt. Die in den Zeitbereichen $(0 \dots t_1), (0 \dots t_2), (0 \dots t_3), \dots$ insgesamt angefallenen Massen und Volumina von Dickschlamm und Klarlauf erhält man durch Summation der in diesem Zeitbereich liegenden Werte. Man berechne so:

Dickschlamm:

- Gesamtmasse Dickschlamm: $m_D(t) = \sum_0^t \Delta m_D$ (13)

- Gesamtvolumen Dickschlamm: $V_D(t) = \sum_0^t \Delta V_D$ (15)

- Volumenstrom Dickschlamm: $\dot{V}(t) = \frac{V_D(t)}{t}$ (16)

- Dichte Dickschlamm: $\rho_D(t) = \frac{m_D(t)}{V_D(t)}$ (17)

- Massenanteil Feststoff im Dickschlamm: $w_D(t) = \frac{1/\rho_w - 1/\rho_D}{1/\rho_w - 1/\rho_s}$ (18)

- Masse Feststoff im Dickschlamm: $m_{D,S}(t) = w_D(t)m_D(t)$, (19)

- Masse Wasser im Dickschlamm : $m_{D,W}(t) = m_D(t) - m_{D,S}(t)$ (20)

Klarlauf:

- Gesamtmasse Klarlauf: $m_K(t) = \sum_0^t \Delta m_K$ (21)

- Gesamtvolumen Klarlauf: $V_K(t) = \sum_0^t \Delta V_K$ (22)

- Volumenstrom Klarlauf $\dot{V}_K(t) = \frac{V_K(t)}{t}$ (23)

Gesamtströme, aus (= Dickschlamm + Klarlauf):

- Gesamtmasse aus: $m_{aus}(t) = m_D(t) + m_K(t)$ (24)

- Gesamtmasse Feststoff aus: $m_{aus,S}(t) = m_{D,S}(t)$ (25)

- Gesamtmasse Wasser aus: $m_{aus,W}(t) = m_{D,W}(t) + m_K(t)$ (26)

- Gesamtvolumen aus: $V_{aus}(t) = V_D(t) + V_K(t)$ (27)

Gesamtströme, ein (= Feedsuspension):

- Gesamtvolumen ein: $V_{ein}(t) = t\dot{V}_F$ (28)

- Gesamtmasse ein: $m_{ein}(t) = V_{ein}(t)\rho_F$ (29)

- Gesamtmasse Feststoff ein: $m_{ein,S}(t) = m_{ein}(t)w_F$ (30)

- Gesamtmasse Wasser ein: $m_{ein,W}(t) = m_{ein}(t) - m_{ein,S}(t)$ (31)

Die nach (13) – (23) berechneten Größen sind in formatierten Diagrammen in Abhängigkeit von der Zeit darzustellen. Die Verläufe sind zu diskutieren.

Durch Vergleich der nach (24) – (27) und (28) – (31) berechneten Werte zu prüfen, ob die Bilanzen für Gesamtvolumen, Gesamtmasse und Masse Feststoff erfüllt sind.

Anhang Zonensedimentation:
Stationäre Sinkgeschwindigkeit kugelförmiger Teilchen

Kräftegleichgewicht: Gewichtskraft – Auftriebskraft = hydrodynamischer Widerstand

$$\frac{\pi}{6} d_p^3 (\rho_p - \rho_f) g = \lambda \frac{\pi}{4} d_p^2 \frac{\rho_f}{2} w_{sink}^2. \quad (Z-1)$$

(d_p Teilchendurchmesser, ρ_p Teilchendichte, ρ_f Fluiddichte, g Erdbeschleunigung, λ Widerstandsbeiwert, w_{sink} Sinkgeschwindigkeit)

Die Strömung wird durch die mit dem Teilchendurchmesser gebildete Reynolds-Zahl Re spezifiziert (ν_f kinematische Viskosität des Fluids),

$$Re = \frac{d_p w_{sink}}{\nu_f}. \quad (Z-2)$$

Der Widerstandsbeiwert λ hängt von den Strömungsbedingungen ab:

- laminarer Bereich: $\lambda = \frac{24}{Re}$ für $Re < 0,5$ (Z-3a)

- Übergangsbereich: $\lambda = \frac{18,5}{Re^{0,6}}$ für $0,5 < Re < 500$ (Z-3b)

- turbulenter Bereich: $\lambda = 0,44$ für $Re > 500$. (Z-3c)

Die stationäre Sinkgeschwindigkeit w_{sink} eines Teilchens berechnet sich in drei Schritten:

1) die nur von den Stoffdaten abhängige Archimedes-Zahl Ar bestimmen:

$$Ar = \frac{d_p^3}{\nu_f^2} \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} g. \quad (Z-4)$$

Gleichung (Z-1) lautet mit (Z-2) und (Z-4)

$$Ar = \frac{3}{4} \lambda Re^2. \quad (Z-5)$$

2) Re -Zahl berechnen. (Z-5) in (Z-3abc) einsetzen, nach der Re -Zahl auflösen:

- laminarer Bereich: $Re = \frac{Ar}{18}$ für $Ar < 9$ (Z-6a)

- Übergangsbereich: $Re = \left(\frac{Ar}{13,9} \right)^{0,714}$ für $9 < Ar < 83000$ (Z-6b)

- turbulenter Bereich: $Re = 1,74 Ar^{0,5}$ für $Ar > 83000$. (Z-6c)

3) Absetzgeschwindigkeit w_{sink} aus der Re -Zahl berechnen:

$$w_{sink} = Re \frac{\nu_f}{d_p}. \quad (Z-7)$$

Praktikumsversuch Siebanalyse

Aufgabenstellung. Die Teilchengrößenverteilung vorgegebener oder durch Zerkleinerung in einer Labormühle erhaltener Schüttgüter ist durch Prüfsiebung zu ermitteln und darzustellen.

Versuchsaufbau. Siebmaschine für maximal 7 Siebe und eine Auffangschale.
 Einstellbare *Siebungparameter* sind: Siebzeit, Vibrationsintensität, Vibrationsintervalldauer.

Versuchdurchführung

| | |
|-------------------------|---|
| 1) <i>Vorbereitung:</i> | Siebe für die Siebaufgabe auswählen, leer wiegen. Siebturm zusammenbauen, Siebmaschine anschalten, Siebungparameter einstellen. |
| 2) <i>Messung:</i> | Siebung starten, nach Beendigung Siebe mit Kornfraktionen wiegen. |
| 3) <i>Reinigung:</i> | <p>Bitte unbedingt beachten: Um anhaftende oder im Gewebe verklemmte Teilchen zu entfernen, dürfen keine mechanischen Hilfsmittel verwendet werden, die das Maschengewebe beschädigen könnten.</p> <p>Je nach Grad der Verschmutzung sind die Siebe</p> <ul style="list-style-type: none"> • mit einem weichen Pinsel zu reinigen • mit einer Druckluftpistole zu entstauben und freizublasen • im Ultraschallbad nass zu reinigen und anschließend zu trocknen. |

Grundlagen. Zahlreiche Eigenschaften disperser Phasen hängen von der Form und der Größe der Teilchen ab. Die Größe eines kugelförmigen Teilchens ist durch seinen Durchmesser eindeutig bestimmt. Bei realen dispersen Systemen liegen aber meist Teilchenkollektive vor, die

- aus unregelmäßig geformten oder nichtkugelförmigen Teilchen bestehen,
- Teilchen unterschiedlicher Größe enthalten und eine Teilchengrößenverteilung aufweisen.

Um solchen Teilchen eine einzige Längenabmessung zuzuordnen, müssen *größenabhängige* messbare Eigenschaften (wie Sinkgeschwindigkeit, Störung elektrischer Felder, Streulichtintensität, geometrische Größen, ...) benutzt werden. Die so gefundene "Teilchengröße" hängt deshalb immer von der eingesetzten Messmethode ab. Bei der Prüfsiebung wird die Nennweite der Siebe als Maß für Teilchengröße x verwendet.

Um die Teilchengrößenverteilung zu spezifizieren, verwendet man bei der Prüfsiebung den so genannten Durchgang D , der die Verteilung als *Summenkurve* wiedergibt. Es ist

$D(x_i) =$ Anteil der Gesamtmasse (Siebaufgabe), der kleiner als die Teilchengröße x_i ist.

D wird in Prozent $0 \% \leq D \leq 100 \%$ oder als Zahl $0 \leq D \leq 1$ angegeben.

Darstellung von Teilchengrößenverteilungen. Tab.1 gibt exemplarisch die Ergebnisse einer Prüfsiebung und die daraus berechneten charakteristischen Größen wieder. Tab. 2 erläutert die in Tab. 1 auftretenden Werte.

Tab. 1: Ergebnisse einer Prüfsiebung und daraus berechnete Größen.

| A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|-----|--------|-------|--------------|-------------------|---------------------|----------------------|----------|----------|
| i | NW_i | x_i | Δx_i | Δm_i | $\Sigma \Delta m_i$ | w_i | $D(x_i)$ | $q(x_i)$ |
| - | mm | mm | mm | g | g | % | % | % / mm |
| 0 | 0,00 | 0,20 | 0,20 | 2,23 | 2,23 | 3,16 | 3,2 | 15,8 |
| 1 | 0,20 | 0,40 | 0,20 | 4,08 | 6,31 | 5,79 | 9,0 | 28,9 |
| 2 | 0,40 | 0,63 | 0,23 | 6,16 | 12,47 | 8,74 | 17,7 | 38,0 |
| 3 | 0,63 | 0,80 | 0,17 | 5,37 | 17,84 | 7,62 | 25,3 | 44,8 |
| 4 | 0,80 | 1,00 | 0,20 | 7,09 | 24,93 | 10,06 | 35,4 | 50,3 |
| 5 | 1,00 | 1,25 | 0,25 | 9,91 | 34,84 | 14,06 | 49,4 | 56,2 |
| 6 | 1,25 | 1,60 | 0,35 | 15,61 | 50,45 | 22,14 | 71,6 | 63,3 |
| 7 | 1,60 | 2,00 | 0,40 | 20,05 | 70,50 | 28,44 | 100,0 | 71,1 |
| (8) | (2,00) | | - | $m_{ges} = 70,50$ | - | $\Sigma w_i = 100,0$ | - | - |

Tab. 2: Erläuterung der vorgegebenen, gemessenen und berechneten Werte der Tab. 1.

| Spalte | Beschreibung |
|----------|--|
| A | Fortlaufende Nummer i des Siebs. $i = 0$ bezeichnet die Auffangschale, $i = 1 - 7$ die verwendeten 7 Siebe. Zu (8) siehe B . |
| B | Nennweite NW_i des Siebs der Nummer i (diese ist auf dem Sieb in mm oder μm angegeben). In der letzten Zeile (8) steht nicht eine Siebnennweite, sondern die maximale Teilchengröße. Alle Teilchen des Siebguts sind kleiner als dieser Wert (in Tab. 1: $NW_8 = 2,00$ mm). |
| C | Da die Teilchen <u>auf</u> dem Sieb i kleiner als die Nennweite NW_{i+1} des darüber liegenden Siebs sind, wird dem Sieb i die Teilchengröße $x_i = NW_{i+1}$ zugeordnet. |
| D | Die Klassenbreite $\Delta x_i = NW_{i+1} - NW_i$ ergibt sich als Differenz der Nennweiten aufeinander folgender Siebe. Beispiel: $\Delta x_2 = NW_3 - NW_2 = 0,63 - 0,40 = 0,23$ mm. |
| E | Δm_i ist die Masse, die sich auf dem Sieb i befindet (dem die Teilchengröße x_i zugeordnet ist). Beispiel: $\Delta m_3 = 5,37$ g befinden sich auf Sieb $i = 3$ und sind somit <i>kleiner</i> als $x_3 = 0,80$ mm. |
| F | Kummulative Summe der Teilmassen Δm_i . In der letzten Zeile findet sich die Gesamtmasse (= Siebauswaage) m_{ges} , die sich als Summe aller Teilmassen ergibt. In Tab. 1: $m_{ges} = 70,50$ g. |
| G | Massenanteil w_i der Siebfraction i bzw. der Teilchengröße x_i in % aus $w_i = (100\%) \cdot \frac{\Delta m_i}{m_{ges}}$. |
| H | Berechneter Durchgang in % nach $D(x_i) = (100\%) \cdot \frac{\Sigma \Delta m_i}{m_{ges}}$. |
| I | Verteilungsdichtekurve (Einheit hier: % / mm) berechnet nach $q(x_i) = \frac{w_i}{\Delta x_i}$. |

Siebverlust. Der bei jeder Siebanalyse auftretende Siebverlust wird aus der angegebenen Einwaage m_{ein} und der nach der Siebung gefundenen Auswaage m_{ges} berechnet,

$$Verlust = (100 \%) \cdot \frac{m_{ges} - m_{ein}}{m_{ein}} . \quad (1)$$

Graphische Darstellung der Durchgangskurve. Um den Durchgang D in Abhängigkeit von der Teilchengröße x_i darzustellen, verwendet man Auftragungen mit unterschiedlich skalierten Achsen. Welche Auftragung sich "am besten" eignet, hängt von der jeweiligen Korngrößenverteilung ab. Für die Durchgangswerte der Tab. 1 sind folgende Varianten gezeigt:

- in Abb. 1: D -Achse linear, x -Achse linear skaliert;
- in Abb. 2: D -Achse linear, x -Achse logarithmisch skaliert;
- in Abb. 3: D -Achse logarithmisch skaliert, x -Achse logarithmisch skaliert.

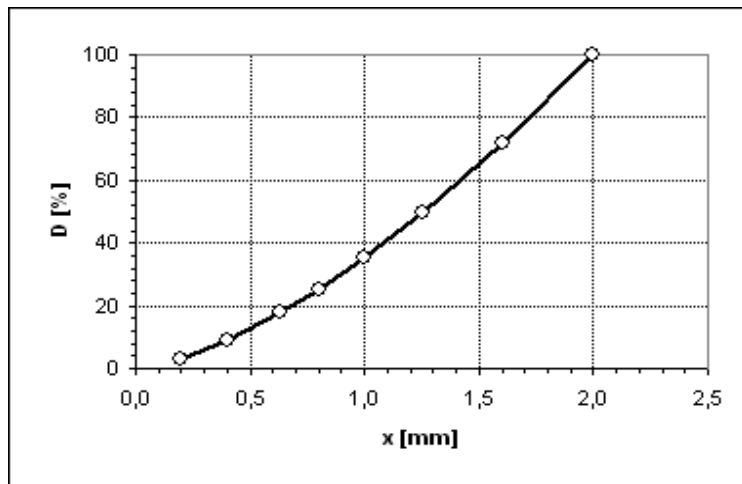


Abb. 1: Durchgang D in Abhängigkeit von der Teilchengröße x für die Werte aus Tab. 1. Achsen linear / linear skaliert

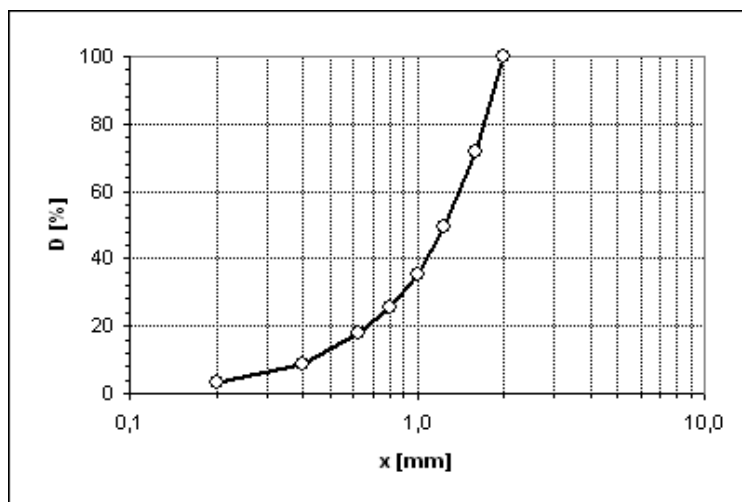


Abb. 2: Durchgang D in Abhängigkeit von der Teilchengröße x für die Werte aus Tab. 1. Achsen linear / logarithmisch skaliert

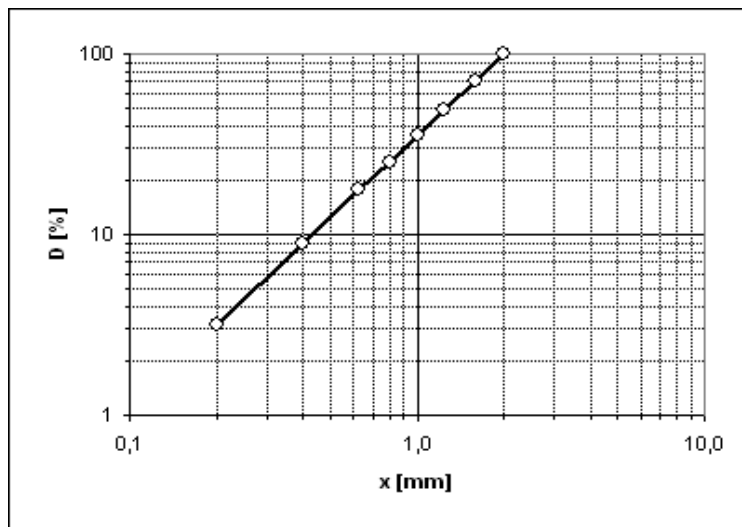


Abb. 3: Durchgang D in Abhängigkeit von der Teilchengröße x für die Werte aus Tab. 1. Achsen logarithmisch / logarithmisch skaliert

Mathematische Modelle für Durchgangskurven. Um Durchgangskurven zu beschreiben, werden (neben anderen) oft folgende Modelle verwendet: Die *Potenz-Funktion* und die *RRSB-Funktion* nach Rosin, Rambler, Sperling und Bennet. Zu beachten ist aber, dass sich

- nicht jede gemessene Durchgangskurve mit solchen Modellen beschreiben lässt;
- solche Modelle nur dann sinnvoll eingesetzt werden können, wenn eine ausreichend breite Korngrößenverteilung vorliegt.

Potenzfunktion. Sie enthält zwei anpassbare Modellparameter und lautet

$$D(x) = 100 \left(\frac{x}{x_{Pot}} \right)^m \quad (2)$$

D ergibt sich hier in % (nicht als Zahl 0...1). Da man für $x = x_{Pot}$ den Durchgang $D = 100$ % erhält, entspricht x_{Pot} der maximalen Teilchengröße. Logarithmiert entsteht aus (2)

$$\ln \frac{D(x)}{100} = -m \ln x_{Pot} + m \ln x \quad \text{bzw.} \quad Y = A + BX \quad (3)$$

In einer doppelt-logarithmischen Auftragung der experimentellen Werte des Durchgangs D über der Teilchengröße x erhält man nur dann eine Gerade, wenn die Verteilung einer Potenzfunktion gehorcht. Durch einfache lineare Regression findet man die Regressionsparameter A , B , aus denen sich die beiden Modellparameter m , x_{Pot} ergeben. Damit können berechnete Werte der Verteilung bestimmt und mit den experimentellen Werten verglichen werden.

RRSB-Funktion. Sie weist ebenfalls zwei anpassbare Modellparameter auf und hat die Form

$$D(x) = \frac{100}{f_{RRSB}} \left\{ 1 - \exp \left(- \left(\frac{x}{x_{RRSB}} \right)^n \right) \right\}, \quad (4a)$$

wobei D in % (nicht als Zahl 0...1) erhalten wird. Der Zahlenwert des Vorfaktors f_{RRSB} ergibt sich daraus, dass für die maximale Teilchengröße $x = x_{RRSB}$ der Durchgang $D = 100$ % betragen muss:

$$100 = \frac{100}{f_{RRSB}} \{ 1 - e^{-1} \} \text{ bzw. } f_{RRSB} = 1 - e^{-1} = 0,63212... \quad (4b)$$

Zweimaliges Logarithmieren führt auf

$$\ln \left(- \ln \left(1 - \frac{D f_{RRSB}}{100} \right) \right) = -n \ln x_{RRSB} + n \ln x \quad \text{bzw.} \quad Y = A + BX. \quad (5)$$

Trägt man die mit den experimentellen Werten berechnete Größe Y nach (5 links) über der logarithmisch skalierten Teilchengröße x auf, erhält man dann eine Gerade, wenn eine RRSB-Verteilung vorliegt. Über die Regressionsparameter A, B , die aus einer einfachen linearen Regression der Größe Y gegen $\ln x$ ergeben, findet man die Modellparameter n, x_{RRSB} und kann berechnete Werte $D_{ber}(x)$ der Verteilung bestimmen, um sie mit den experimentellen Werte zu vergleichen.

Fehlerquadratsumme. Um die Qualität der Wiedergabe der experimentellen (" $_{exp}$ ") durch die berechneten (" $_{ber}$ ") Werte zu beurteilen, verwendet man

- entweder das Bestimmtheitsmaß R^2 der linearen Regression für (3), (5)
- oder die mit dem (wegen der oft kleinen D -Werte) absoluten Fehler ε_i berechnete Fehlerquadratsumme,

$$\varepsilon_i = D_{ber}(x_i) - D_{exp}(x_i), \quad QS = \sum_{\text{alle Siebe}} \varepsilon_i^2. \quad (6)$$

Je kleiner die Quadratsumme, desto besser ist die Wiedergabe der experimentellen Werte. In Tab. 3 sind die Quadratsummen sowie die Verteilungsparameter für beide Modelle für die Werte der Tab. 1 angegeben.

Tab. 3: Quadratsummen und Verteilungsparameter für die Werte der Tab. 1.

| | | | | |
|-----------------|--------------------------------|--------------|----------------|---------------|
| Potenzfunktion: | $x_{Pot} = 1,9999 \text{ mm}$ | $m = 1,4998$ | $R^2 = 1,0000$ | $QS = 0,0001$ |
| RRSB-Funktion: | $x_{RRSB} = 2,1850 \text{ mm}$ | $n = 1,6699$ | $R^2 = 0,9960$ | $QS = 86,6$ |

Abb. 4 zeigt den Vergleich der experimentellen und der berechneten Verläufe. Wie am Wert der Quadratsumme QS in Tab. 3 deutlich zu ersehen ist – weniger differenziert am Wert des Bestimmtheitsmaßes R^2 –, gelingt die Wiedergabe der experimentellen Daten mit der Potenzfunktion besser als mit der RRSB-Funktion.

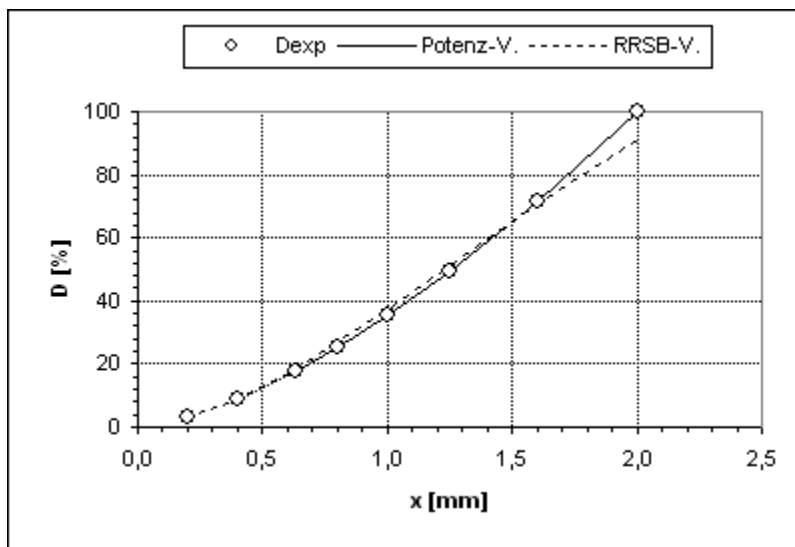


Abb. 4: Vergleich des experimentellen Durchgangs D (Werte aus Tab. 1) in Abhängigkeit von der Teilchengröße x mit den nach der Potenz- und der RRSB-Verteilung berechneten Werten. Achsen linear / linear skaliert

Spezifische Oberfläche. Die spezifische Oberfläche eines kugelförmigen Teilchens des Durchmessers d berechnet sich nach

$$a_{V,Kugel} = 6/d . \quad (8)$$

Kann man die mit dem Massenanteil w_i vorhandenen Teilchen der Größe x_i als kugelförmig betrachten, erhält man die gesamte spezifische Oberfläche des Kornkollektivs aus

$$a_{V,ges} = \sum_i a_V(x_i) = \sum_i \frac{6w_i}{x_i} . \quad (9)$$

Um Zerkleinerungsvorgänge zu charakterisieren, berechnet man durch fortgesetzte Summation (analog zum Durchgang) die kumulative spezifische Oberfläche A_V , welche die spezifische Oberfläche aller Teilchen mit Teilchengröße kleiner x_n angibt,

$$A_V(x_n) = \sum_{i=0}^n a_V(x_i) . \quad (10)$$

Einen einzigen, das gesamte Kornkollektiv charakterisierenden mittleren Teilchendurchmesser d_m erhält man aus der gesamten spezifische Oberfläche zu

$$d_m = \frac{6}{a_{V,ges}} . \quad (11)$$

Auswertung

S1) Allgemein

Eine Excel-Tabelle zur Auswertung der Siebanalyse und zur grafischen Darstellung der Ergebnisse ist zu Beginn der Versuchsdurchführung am Rechner zu erstellen.

Für jede vorgenommene Prüfsiebung sind

- alle in Tab. 1 angegebenen Werte,
- der Siebverlust,
- die gesamte spezifische Oberfläche sowie die spezifische Oberfläche der Fraktionen,
- der mittlere Teilchendurchmesser

zu berechnen und in geeigneter Form graphisch darzustellen.

Sofern anwendbar, ist die Beschreibung der experimentellen Durchgangs des mit der Potenz- und der RRSB-Funktion vorzunehmen. Die Fehlerquadratsummen sind zu berechnen, um die Qualität der Wiedergabe zu beurteilen.

S2) Für Versuchsdurchführung "Siebung Sandmischung"

Aus dem gesamten Ausgangsmaterial wird der Anteil Grobstkorn mit 4- und 5-mm-Sieben manuell abgetrennt, die Gesamtprobe (u. U. mehrfach) geteilt, um eine geeignete Teilmenge zunächst grobmaschig zu sieben und anschließend die Fraktion aus der Schale feinmaschig zu sieben. Ziel ist, die Kornverteilung des gesamten Ausgangsmaterials zu ermitteln.

Die Auswertung nach **S1)** ist für die Grobsiebung und die Feinsiebung sowie für das gesamte Ausgangsmaterial durchzuführen (nicht für die 4/5 mm-Fraktion).

Es sind die Formeln anzugeben, nach denen die Kornverteilung des gesamten Ausgangsmaterials aus den Ergebnissen der Grobstkorn-, der Grob- und der Feinsiebung berechnet werden kann.

S3) Für Versuchsdurchführung "Mischung mit Potenz-/RRSB-Verteilung"

Aus den bei **S2)** erhaltenen Kornfraktionen der Grobsiebung oder der Feinsiebung ist je eine Mischung herzustellen, die sich durch eine bestimmte Verteilung beschreiben lässt. Für diese Mischungen ist eine Siebanalyse vorzunehmen und nach **S1)** auszuwerten.

Zu vorgegebenen Werten der Verteilungsparameter und der Teilchengrößen x berechnet man den Durchgang $D(x)$ nach (2) oder (4a) und hieraus die Massenanteile $w(x)$. Für eine bestimmte Siebeinwaage findet man hieraus die erforderlichen Massen der Fraktionen, die gemischt und anschließend zur Überprüfung gesiebt werden.

S4) Für Versuchsdurchführung "Zerkleinerung"

Untersucht wird der Einfluss der Aufmahldauer auf die Zerkleinerung verschiedener Mahlgüter in einer Labormühle. Nach jeder Aufmahlung ist eine Siebanalyse vorzunehmen.

Um den Einfluss der Aufmahlzeit zu zeigen, sind die für jede Siebung nach **S1)** erhaltenen Verläufe und die kumulative spezifische Oberfläche nach (10) jeweils in einem Diagramm zusammenzufassen.

In Abhängigkeit von der Aufmahldauer stelle man graphisch dar:

- den mittleren Teilchendurchmesser, die gesamte spezifische Oberfläche und die Differenzen der gesamten spezifischen Oberflächen für aufeinanderfolgende Aufmahlungen;
- die Durchgangswerte und die Massenanteile für jede Teilchengröße x_i .

Praktikumsversuch Wärmeaustausch im Rührkessel

Aufgabenstellung. Der Wärmeaustausch eines Fluids in einem gerührten Behälter ist für verschiedene Betriebsweisen zu bestimmen.

Versuchsaufbau. Laborreaktor mit drehzahlveränderlichem Rührer und als Wärmetauscher ausgeführtem Doppelmantel, Heizpatrone, Widerstandsthermometer zur Messung der Reaktorinnentemperatur; Umwälzthermostat mit Solltemperatureinstellung und Isttemperaturanzeige.

Daten der Reaktoren:

Maßstäbliche Zeichnungen der Reaktoren und die Rührleistungscharakteristik befinden sich am Versuchsaufbau. Zusätzliche Maße (der Reaktorinnen-/außendurchmesser D_i , D_A , die Füllhöhe h und die Wanddicke s des Reaktormantels) sind am Versuchsaufbau zu ermitteln.

Allgemeine Versuchsdurchführung

Die jeweiligen Solltemperaturen $T_{niedrig}$ (Richtwert: 26 °C) und T_{hoch} (Richtwert: 59 °C) der Thermostaten, die Zieltemperatur für das Aufheizen T_{Ziel} und die Rührerdrehzahl n_R sowie die Heizleistung der Heizpatrone P_{Heiz} bzw. der Volumenstrom \dot{V} werden zum Versuch angegeben.

Messung 1: Aufheizverhalten des Reaktors (diskontinuierlich, instationär, 2 ℓ)

| | |
|-----------------|---|
| 1) Vorbereitung | <ul style="list-style-type: none"> Angegebene Wassermenge in den Reaktor einfüllen. Rührer mit vorgegebener Drehzahl starten, <u>die untersten 6 cm der Heizpatrone müssen eingetaucht bleiben.</u> Thermostat Solltemperatur auf $T_{niedrig}$ einstellen, abschalten. Heizpatrone Regelerstellung 10 anschalten, Leistungsmessung ablesen und notieren, bei Erreichen $T_{R,0} = T_{niedrig}$ abschalten. |
| 2) Messung | <ul style="list-style-type: none"> Thermostat bleibt <u>ausgeschaltet</u>, Heizpatrone mit angegebener Aufheiz-Heizleistung P_{Heiz} anschalten, Stoppuhr starten. Isttemperatur des Reaktors und Heizleistung in gleichbleibenden zeitlichen Abständen notieren, bis T_{Ziel} für das Aufheizen im Reaktor erreicht wird. |

Messung 2: Wärmedurchgang des Reaktormantels (diskontinuierlich, stationär, 2 ℓ)

| | |
|-----------------|--|
| 1) Vorbereitung | <ul style="list-style-type: none"> T_{Ziel} im Reaktor (siehe Messung 1) ist erreicht. Thermostat Solltemperatur mit $T_{niedrig}$ anschalten. Heizleistung P_{Heiz} der Heizpatrone für stationären Betrieb einstellen. Kontrolle, ob Isttemperatur des Thermostaten konstant bleibt. |
| 2) Messung | <ul style="list-style-type: none"> Rührerdrehzahl n_R einstellen. Isttemperatur des Reaktors und des Thermostaten beobachten, bis Konstanz erreicht ist (stationärer Zustand). Heizleistung, Rührerdrehzahl, Isttemperaturen in Reaktor und Thermostat sowie Heizleistung der Heizpatrone notieren. Fortsetzung des Versuches mit nächster Rührerdrehzahl n_R. |

Messung 3: Abkühlverhalten des Reaktors (diskontinuierlich, instationär, 2 ℓ)

| | |
|----------------------|---|
| 1) <i>Messung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Rührerdrehzahl n_R einstellen. • Zum Zeitpunkt $t = 0$ die Heizpatrone ausschalten, Stoppuhr starten. • Isttemperatur des Reaktors und Heizleistung in gleichbleibenden zeitlichen Abständen notieren, bis T_{Ziel} für das Abkühlen im Reaktor erreicht wird. |
| 2) <i>Abschalten</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Rührer ausschalten, Wasser ggf. durch den Bodenablass aus dem Reaktor entfernen. Thermostat abstellen. |

Messung 4: Wärmedurchgang des Reaktormantels (kontinuierlich, stationär, 1 ℓ)

| | |
|------------------------|---|
| 1) <i>Vorbereitung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Solltemperatur des Thermostaten auf T_{hoch} einstellen. • Vorgegebenen Volumenstrom \dot{V} durch den Reaktor einstellen. • Füllvolumen im Reaktor durch den Überlauf einstellen, <u>die Spitze des Widerstandsthermometer muss eingetaucht bleiben.</u> |
| 2) <i>Messung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Rührerdrehzahl n_R einstellen. • Isttemperatur des Reaktors beobachten, bis Konstanz erreicht ist (stationärer Zustand). • Volumenstrom, Zulufttemperatur, Rührerdrehzahl sowie Isttemperaturen in Reaktor und Thermostat notieren. • Fortsetzung des Versuches mit nächster Rührerdrehzahl n_R. |

Messung 5: Konvektiver Wärmetransport (kontinuierlich, stationär, 1 ℓ)

| | |
|------------------------|--|
| 1) <i>Vorbereitung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Messung 4 ist abgeschlossen, Thermostat bleibt angeschaltet. • Rührerdrehzahl n_R einstellen. |
| 2) <i>Messung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Volumenstrom \dot{V} einstellen. • Isttemperatur des Reaktors beobachten, bis Konstanz erreicht ist (stationärer Zustand). • Volumenstrom, Zulufttemperatur, Rührerdrehzahl sowie Isttemperaturen in Reaktor und Thermostat notieren. • Fortsetzung des Versuches mit nächstem Volumenstrom \dot{V} einstellen. |
| 3) <i>Abschalten</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Rührer ausschalten, Thermostat abstellen. • Volumenstrom abstellen: Ventil am Rotameter schließen, Wasserhahn zudrehen. |

Versuchsauswertung

k1) Allgemeine Aufgaben

(kont. + diskont.)

- Ein vereinfachtes Fließbild des verwendeten Versuchsaufbaus ist unter Verwendung der grundlegenden Fließbildsymbole zu erstellen und beizufügen;
- die Wärmeaustauschfläche A_W des Reaktors ist aus den Abmessungen zu berechnen.

k2) Ermittlung des Wirkungsgrades der Heizpatrone (diskont.)

Der Wirkungsgrad der Heizpatrone η_{Heiz} ist aus der real eingebrachten Heizleistung \dot{Q}_{Heiz} und der am Leistungsmessgerät angezeigten Heizleistung \dot{Q}_{Display} nach folgender Beziehung zu ermitteln:

$$\eta_{\text{Heiz}} = \frac{\dot{Q}_{\text{Heiz}}}{\dot{Q}_{\text{Display}}}, \quad (1)$$

Die Heizpatrone hat eine maximale (Regelerstellung 10) reale Leistung $\dot{Q}_{\text{Heiz,max}}$ von 200 W. Mit dem ermittelten Wirkungsgrad können nachfolgend alle am Display angezeigten Leistungswerte in die real eingebrachten Wärmeströme umgerechnet werden.

k3) Temperatur-Zeit-Verläufe (diskont.)

Die Messreihen liefern die Manteltemperatur $T_W(t)$, die Reaktorinnentemperatur $T_R(t)$ und die Temperaturdifferenz $\Delta T(t)$,

$$\Delta T(t) = T_W(t) - T_R(t), \quad (2)$$

in Abhängigkeit von der Zeit t . Für die Versuchsreihe **k5)** sind diese drei Größen in einem geeignet formatierten Diagramm darzustellen. Falls $\Delta T < 0$ ist (wie beim Abkühlen des Reaktorinhalts), trage man stattdessen $-\Delta T$ auf.

k4) Differenzielle (instationäre) Wärmebilanz des Reaktors (Aufheizen) (diskont.)

Durch die Heizpatrone wird der Wärmestrom \dot{Q}_{Heiz} übertragen,

$$\dot{Q}_{\text{Heiz}} = \eta_{\text{Heiz}} \cdot \dot{Q}_{\text{Heiz,Display}}, \quad (3)$$

worin η_{Heiz} den Wirkungsgrad der Heizpatrone und \dot{Q}_{Display} den Anzeigewert der Heizleistung bezeichnet.

Die durch die Heizpatrone in den Reaktor eingebrachte Wärmemenge ergibt sich aus der Heizleistung \dot{Q}_{Heiz} und der zeitlichen Differenz zum Startzeitpunkt t_0 :

$$Q_{\text{Heiz}}(t) = \dot{Q}_{\text{Heiz}} \cdot (t - t_0) \quad (4)$$

Im Reaktor befindet sich die Masse m_R eines Fluids mit der spezifischen Wärme c_P und der Anfangstemperatur $T_{R,0}$. Die Wärmemenge des Reaktorinhalts erhält man mit der zeitlich veränderlichen Temperatur $T_R(t)$ aus

$$Q_R(t) = m_R c_P (T_R(t) - T_{R,0}). \quad (5)$$

Die durch den Wärmeaustausch hervor gerufene zeitliche Änderung der Wärmemenge im Reaktor ergibt sich aus (5) zu

$$\dot{Q}_R(t) = m_R c_P \frac{dT_R}{dt}. \quad (6)$$

Aus den Messwerten der Reaktorinnentemperatur $T_R(t)$ ist die Ableitung (dT_R/dt) mit der zentralen Differenz zu berechnen.

Da die beiden Wärmeströme gleich groß sind, also $\dot{Q}_R = \dot{Q}_{Heiz}$ gilt, entsteht aus (6) die differenzielle Form der Wärmebilanz des Reaktors zu

$$\frac{dT_R}{dt} = \frac{\dot{Q}_{Heiz}}{m_R c_P} \quad (7)$$

In zwei Diagrammen sind jeweils der zeitliche Verlauf der Wärmeströme $\dot{Q}_{Heiz}(t)$ und $\dot{Q}_R(t)$ sowie der zeitliche Verlauf der Wärmemenge $Q_{Heiz}(t)$ und $Q_R(t)$ gegenüberzustellen.

k5) Differenzielle (instationäre) Wärmebilanz des Reaktors (Abkühlen) (diskont.)

Im Reaktor befindet sich die Masse m_R eines Fluids mit der spezifischen Wärme c_P und der Anfangstemperatur $T_{R,0}$. Die Wärmemenge des Reaktorinhalts erhält man mit der zeitlich veränderlichen Temperatur $T_R(t)$ aus Gleichung (5).

Die durch den Wärmeaustausch hervor gerufene zeitliche Änderung der Wärmemenge im Reaktor ergibt sich nach Gleichung (6).

Wenn der Wärmestrom durch die Reaktorwand geringer ist als die maximale Kühlleistung des Thermostaten, wird der Wärmestrom \dot{Q}_W übertragen,

$$\dot{Q}_W(t) = A_W k_W \Delta T(t), \quad (8)$$

worin A_W die Wärmeaustauschfläche des Reaktors, k_W den Wärmedurchgangskoeffizient für die verwendete Rührerdrehzahl (Ermittlung in **k6**) und ΔT die Temperaturdifferenz nach (2) bezeichnet.

Wenn der Wärmestrom durch die Reaktorwand größer wäre als die maximale Kühlleistung des Thermostaten $\dot{Q}_{Kühl,max}$, wird nur so viel Wärme übertragen, wie der Thermostat maximal abführen kann und es ergibt sich

$$\dot{Q}_W(t) = \dot{Q}_{Kühl,max} \quad (9)$$

Da die beiden Wärmeströme gleich groß sind, also $\dot{Q}_R = \dot{Q}_W$ gilt, entsteht aus (6), (8) und (9) die differenzielle Form der Wärmebilanz des Reaktors zu

$$\frac{dT_R}{dt} = \frac{\dot{Q}_W}{m_R c_P} \quad (10)$$

Aus den Messwerten der Reaktorinnentemperatur $T_R(t)$ ist die Ableitung (dT_R/dt) mit der zentralen Differenz zu berechnen und in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz ΔT graphisch darzustellen.

In zwei weiteren Diagrammen sind jeweils der zeitliche Verlauf der Wärmeströme $\dot{Q}_W(t)$ und $\dot{Q}_R(t)$ sowie der zeitliche Verlauf der Wärmemenge $Q_W(t)$ und $Q_R(t)$ gegenüberzustellen.

Aus der Steigung des linearen Bereichs $Q_R(t)$ ist die maximale Kühlleistung des Thermostaten zu ermitteln.

k6) Experimentelle Wärmedurchgangskoeffizienten

(kont. + diskont.)

Im stationären Zustand ($dT/dt = 0$) gilt für den Wärmedurchgang durch den Reaktormantel folgende Bilanz:

$$\dot{Q}_W + \dot{Q}_{konv} + \dot{Q}_{Heiz} = 0 \quad (11)$$

mit $\dot{Q}_{konv} = \dot{V} \cdot \rho \cdot c_P \cdot (T_{zu} - T_R)$ (12)

und $\dot{Q}_{Heiz} = \eta_{Heiz} \cdot \dot{Q}_{Heiz,Display}$ (3)

Für den diskontinuierlichen Betrieb gilt: $\dot{Q}_{konv} = 0$.

Für den kontinuierlichen Betrieb ohne Heizpatrone gilt: $\dot{Q}_{Heiz} = 0$.

Mit dem Wärmestrom durch die Reaktorwand nach Gleichung (8) erhält man folgende Beziehung zur Ermittlung des Wärmedurchgangskoeffizienten k_W aus einem im stationären Betrieb gemessenen konstanten Wärmestrom (diskont.: $\dot{Q} = \dot{Q}_{Heiz}$, kont.: $\dot{Q} = \dot{Q}_{konv}$):

$$k_W = \frac{\dot{Q}}{A_W \cdot (T_R - T_W)} \quad (13)$$

Für die Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten k_W in einem Rührkessel gilt die grundlegende Gleichung

$$\frac{1}{k_W} = \frac{1}{\alpha_R} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_M} \quad (14)$$

Den Wärmeübergangskoeffizienten α_R findet man aus der jeweiligen Nusselt-Zahl,

$$Nu_R = \frac{\alpha_R d_R}{\lambda_R}, \quad (15)$$

Die Nusselt-Zahl selbst hängt von den Strömungsbedingungen und den (temperaturabhängigen) Stoffdaten ab. Zu ihrer Berechnung benutzt man in einem Rührkessel die folgende Beziehung:

$$Nu_R = C_R Re_R^{0,67} Pr_R^{0,33} \quad (16)$$

Wenn man die Gleichungen (15) und (16) in (14) einsetzt, ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\frac{1}{k_W} = \frac{d_R}{C_R \cdot Pr^{0,33} \cdot \lambda_{H_2O}} \cdot \frac{1}{Re_R^{0,67}} + \left(\frac{s}{\lambda_W} + \frac{1}{\alpha_M} \right) \quad (17)$$

Die Auftragung des reziproken Wärmedurchgangskoeffizienten k_W über $Re_R^{-0,67}$ ergibt eine Gerade, aus deren Steigung der dimensionslose Faktor C_R für den Rührkessel und aus deren Achsenabschnitt der Wärmeübergangskoeffizient im Reaktormantel α_M zu ermitteln sind.

k7) Berechnete Wärmedurchgangskoeffizienten (kont. + diskont.)

Nach dem im "Anhang 2 Wärmeaustausch im Rührkessel" beschriebenen Verfahren sind die Wärmedurchgangskoeffizienten für die verwendeten Versuchsbedingungen zu berechnen.

Experimentelle und berechnete k_W -Werte sind tabellarisch zusammenzustellen und im Hinblick auf die jeweiligen Versuchsbedingungen miteinander zu vergleichen.

k8) Stationäre Wärmebilanz des kontinuierlichen Reaktors (kont.)

Aus der Variation des Volumenstroms bei konstanter Drehzahl werden verschiedene Temperaturdifferenzen zwischen der Zulauftemperatur des Volumenstroms T_{zu} und der Reaktortemperatur T_R sowie der Manteltemperatur T_W und der Reaktortemperatur T_R erhalten. Berechnen Sie nach den Gleichungen (8) und (12) jeweils den konduktiven und den konvektiven Wärmestrom \dot{Q}_W und \dot{Q}_{konv} und ermitteln Sie die relative Abweichung der Beträge zu einander.

k9) Reaktorvergleich (kont.)

Für den 1-Liter-Reaktor und den 2-Liter-Reaktor sind aus den stationären Versuchen zur Ermittlung der experimentellen Wärmeübergangskoeffizienten für die eingestellten Drehzahlen jeweils das Verhältnis α_R/D_i , die Rührleistung P aus der Reynoldszahl, der Rührleistungscharakteristik und der Newtonzahl sowie die volumenspezifische Rührleistung P/V zu ermitteln. Die Formeln zu den dazu wichtigen dimensionslosen Kennzahlen finden sich im "Anhang 1 Wärmeaustausch im Rührkessel".

In einem gemeinsamen Diagramm ist das Verhältnis α_R/D_i über der volumenspezifischen Rührleistung P/V für beide Reaktoren aufzutragen.

Aus dem Diagramm sind für die jeweiligen Reaktoren die volumenspezifischen Rührleistungen P/V für die Verhältnisse $\alpha_R/D_i = 14.000, 12.000, 10.000, 8.000$ und 6.000 W/m^3 zu ermitteln.

Tragen Sie in einem Penny-Diagramm $(P/V)_{\text{groß}}/(P/V)_{\text{klein}}$ vs. $(V_{\text{groß}}/V_{\text{klein}})$ auf und beurteilen Sie, inwieweit das Scale-up Kriterium des Penny-Diagramms (gleiche spezifische Leistungsverhältnisse für $\alpha_R/D_i = \text{konst.}$) bei geometrisch ähnlichen Reaktoren erfüllt ist.

Anhang 1 Wärmeaustausch im Rührkessel:
Dimensionslose Kennzahlen (Auswahl)

Reynolds-Zahl $Re = \frac{\rho \cdot n_R \cdot d_R^2}{\eta}$ $\frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{innere Reibungskraft}}$ (k-1)

Newton-Zahl $Ne = \frac{P}{\rho \cdot n_R^3 \cdot d_R^5}$ $\frac{\text{Antriebskraft}}{\text{Trägheitskraftskraft}}$ (k-2)

Prandtl-Zahl $Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda}$ $\frac{\text{innere Reibung}}{\text{Wärmeleitung}}$ (k-3)

Anhang 2 Wärmeaustausch im Rührkessel: Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten

Die Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten k_W für ein konkretes System ist wegen der zahlreichen Einflussgrößen immer mit einem mehr oder weniger großen Fehler behaftet. Ausgangspunkt ist die grundlegende Gleichung

$$\frac{1}{k_W} = \frac{1}{\alpha_R} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{WT}} \quad (\text{k-4})$$

mit α_R Wärmeübergangskoeffizient Fluid im Reaktor
 α_{WT} Wärmeübergangskoeffizient Fluid im Wärmetauscher
 λ Wärmeleitfähigkeit Wandmaterial Wärmetauscher (im Versuch: *Borosilikatglas*)
 s Wandstärke Wandmaterial Wärmetauscher (im Versuch (2l/1l): 5 bzw. 3 mm)

Zur Berechnung der α -Werte benutzt man Korrelationsgleichungen, in denen die dimensionslosen Kennzahlen Reynolds-Zahl Re , Nusselt-Zahl Nu und Prandtl-Zahl Pr auftreten.

Die Wärmeübergangskoeffizienten α_R , α_{WT} findet man aus den jeweiligen Nusselt-Zahlen,

$$Nu_R = \frac{\alpha_R d_R}{\lambda_R}, \quad Nu_{WT} = \frac{\alpha_{WT} D_a}{\lambda_{WT}} \quad (\text{k-5})$$

mit Nu_R, Nu_{WT} Nusselt-Zahl des Fluids im Reaktor / im Wärmetauscher
 λ_R, λ_{WT} Wärmeleitfähigkeit des Fluids im Reaktor / im Wärmetauscher
 d_R, D_a Rührerdurchmesser / äußerer Reaktordurchmesser

Die Nusselt-Zahl selbst hängt von den Strömungsbedingungen und den (temperaturabhängigen) Stoffdaten ab. Zu ihrer Berechnung benutzt man Beziehungen der Struktur

$$Nu_R = C_R Re_R^n Pr_R^m \quad \text{mit } C_R = 0,38; n = 0,67; m = 0,33 \quad (\text{k-6a})$$

$$Nu_{WT} = C_{WT} Re_{WT}^q Pr_{WT}^r \quad \text{mit } C_{WT} = 11,5; q = 0,23; r = 0,23 \quad (\text{k-6b})$$

mit Pr_R, Pr_{WT} Prandtl-Zahl des Fluids im Reaktor / des Fluids im Wärmetauscher
 Re_R, Re_{WT} rührerbezogene Reynolds-Zahl / Reynolds-Zahl des Wärmetauschers
 C_R, C_{WT} Konstanten
 n, m, q, r Exponenten der Re - und der Pr -Zahl

Je nach betrachtetem System ändern sich die Konstanten und die Werte der Exponenten der Re - und der Pr -Zahl.

Die Reynolds-Zahl Re_R wird mit dem Rührerdurchmesser d_R , der Drehzahl n des Rührers (Einheit beachten!) und der kinematischen Viskosität ν_f des Fluids im Reaktor gebildet. Für Re_{WT} sind der äußere Reaktordurchmesser und die Äquivalenzgeschwindigkeit u aus dem Ringraumquerschnitt des Wärmetauschers ($A_{Ring} = (r_2^2 - r_1^2) \cdot \pi$) und dem Volumenstrom des Thermostaten ($\dot{V} = 90 \text{ l/h}$) zu berechnen.

$$Re_R = \frac{nd_R^2}{\nu_f}, \quad Re_{WT} = \frac{u \cdot D_a}{\nu_f} \quad (\text{k-7})$$

Alle auftretenden Stoffwerte sowie die Pr -Zahl sind für eine geeignete mittlere Temperatur einzusetzen. Werte siehe Abschnitt "Auswahl von Stoffdaten".

Praktikumsversuch Wärmeaustausch im Rohr

Aufgabenstellung. Der Wärmedurchgangskoeffizient k ist für den Wärmeaustausch zwischen Warm- und Kaltwasser in konzentrischen Rohren für *Gleichstrom* oder *Gegenstrom* in Abhängigkeit vom Volumenstrom des Kaltwassers zu ermitteln.

Versuchsaufbau. Wichtige Bestandteile des Aufbaus sind: außen isolierter Mantelwärmeaustauscher, Umlaufthermostat für Warmwasser, Schwebekörperdurchflussmesser mit Regulierventil für Kaltwasser, vier Thermoelemente zur Messung der Eingangs- und Ausgangstemperaturen des Kalt- und des Warmwassers. Das Kaltwasser lässt sich durch Umstecken der Schlauchverbindungen im Gleichstrom oder im Gegenstrom zum Warmwasser führen.

Daten des Wärmeaustauschers:

zylindrische Rohre: Rohrlänge $L = 1000$ mm
 inneres Rohr: Innendurchmesser $d_i = 14$ mm, Außendurchmesser $d_a = 16$ mm
 äußeres Rohr: Innendurchmesser $D_i = 24$ mm, Außendurchmesser $D_a = 26$ mm
 Werkstoff: Kupfer

Allgemeine Versuchsdurchführung

Messung 1: Aufheizverhalten des Thermostaten

- | | |
|-----------------|---|
| 1) Vorbereitung | <ul style="list-style-type: none"> maximalen Warmwasserstrom am Thermostat einstellen. Solltemperatur am Thermostat einstellen, Stoppuhr starten. |
| 2) Messung | <ul style="list-style-type: none"> Temperatur am Warmwassereingang in gleichbleibenden Zeitabständen messen, bis ein konstanter Wert vorliegt. |

Messung 2: Wärmeaustausch bei Gleichstrom

- | | |
|-------------------------------|---|
| 1) Vorbereitung | <ul style="list-style-type: none"> Schlauchverbindungen für <i>Gleichstrom</i> anschließen. |
| 2) Warmwasserstrom einstellen | <ul style="list-style-type: none"> Kaltwasser aufdrehen, Volumenstrom des Kaltwassers gleich dem geforderten Volumenstrom des Warmwassers einstellen. Volumenstrom des Warmwassers am Thermostat so verändern, dass ungefähr gleiche Temperaturdifferenzen für das Kaltwasser und das Warmwasser vorliegen. |
| 3) Messung | <ul style="list-style-type: none"> Volumenstrom Kaltwasser auf einen der vorgegebenen Werte einstellen. Nach jeder Veränderung 2 min warten. Eintritts- und Austrittstemperatur Warmwasser ($T_{W, \text{ein}}$, $T_{W, \text{aus}}$) und Kaltwasser ($T_{K, \text{ein}}$, $T_{K, \text{aus}}$) im Abstand von 1 min drei Mal notieren. Volumenstrom Kaltwasser ändern, Temperaturmessung wiederholen. |

Messung 3: Wärmeaustausch bei Gegenstrom

- | | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> Kaltwasser abstellen, dann Schlauchverbindungen für <i>Gegenstrom</i> des Kaltwassers anschließen. Wie bei Messung 2 vorgehen. |
|--|--|

Messung 4: Abkühlverhalten für externen Wärmeaustausch (Gegenstrom)

- | | |
|------------------------|--|
| 1) <i>Vorbereitung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Kaltwasser abstellen. Abwarten, bis die Solltemperatur des Thermostaten erreicht ist. |
| 2) <i>Messung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Warmwasserstrom (wie bei Messung 2 beschrieben) einstellen. Kaltwasserstrom anstellen. • Solltemperatur 20 °C wählen, Stoppuhr starten und Temperaturen in gleichbleibenden Zeitabständen notieren, bis die Thermostattemperatur ca. 25 °C beträgt. |

Messung 5: Abkühlverhalten für externen Wärmeaustausch (Gleichstrom)

- | | |
|------------------------|---|
| 1) <i>Vorbereitung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Thermostat erneut aufheizen. • Kaltwasser abstellen, Schläuche für <u>Gleichstrom</u> verbinden. |
| 2) <i>Messung</i> | <ul style="list-style-type: none"> • wie bei Messung 4 vorgehen. |

Auswertung

r1) Allgemeine Aufgaben

- Ein vereinfachtes Fließbild des verwendeten Versuchsaufbaus ist unter Verwendung der grundlegenden Fließbildsymbole zu erstellen und beizufügen;
- eine maßstäbliche Zeichnung (Bemaßung in mm) des Wärmeaustauschers ist zu erstellen;
- die Masse des leeren und des gefüllten Wärmeaustauschers ist zu berechnen;
- mittlere Geschwindigkeiten, Reynolds-Zahlen, Verweilzeiten des Warm- und des Kaltwassers sowie der Druckabfall im Innenrohr sind zu ermitteln.

r2) Stoffdaten

Dichte, spezifische Wärme, kinematische Viskosität und die Prandtl-Zahl von Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur sind aus dem Abschnitt "Auswahl von Stoffdaten" zu entnehmen und als Diagramm darzustellen. Geeignete Regressionsgleichungen sind einzufügen, um die Temperaturabhängigkeit quantitativ zu beschreiben.

r3) Wärmeaustauschfläche

Das durch Wärmeleitung bedingte Temperaturprofil in der Wand eines zylindrischen Rohrs ist nicht linear (wie bei einer ebenen Wand), sondern logarithmisch. Da sich die für den Wärmeaustausch zur Verfügung stehende innere und äußere Oberfläche eines zylindrischen Rohres unterscheiden, verwendet man die mittlere Fläche A_m ,

$$A_m = \pi d_m L . \quad (1)$$

Hierin ist d_m der mittlere logarithmische Durchmesser (auch: Äquivalentdurchmesser), der mit den Abmessungen des Innenrohrs gebildet wird,

$$d_m = \frac{d_a - d_i}{\ln(d_a/d_i)} . \quad (2)$$

Äquivalentdurchmesser d_m (in mm) und mittlere Oberfläche A_m (in m²) des Innenrohrs sind zu berechnen und tabellarisch zusammenzustellen.

r4) Heizleistung des Thermostaten

Im Thermostat befindet sich die Masse m_{Th} an Wasser mit spezifischer Wärme $c_{p,Th}$ und Anfangstemperatur $T_{Th,0}$. Führt man die *konstante Heizleistung* \dot{q}_{Heiz} zu, so lautet die Wärmebilanz

$$m_{Th} c_{p,Th} \frac{dT_{Th}}{dt} = \dot{q}_{Heiz} \quad \text{mit } T_{Th}(0) = T_{Th,0}. \quad (3)$$

Integration liefert den Zusammenhang zwischen Thermostattemperatur T_{Th} und Zeit t ,

$$T_{Th}(t) = T_{Th,0} + \frac{\dot{q}_{Heiz}}{m_{Th} c_{p,Th}} t. \quad (4)$$

Liegen Messwerte ($T_{Th,exp}, t$) vor, so führt eine einfache lineare Regression – für den Bereich vom Anfangswert $T_{Th,0}$ bis zum Erreichen des Sollwerts $T_{Th,soll}$ – mit dem Ansatz

$$T_{Th,ber}(t) = a + bt \quad (5a)$$

auf den Regressionsparameter b und damit auf die Heizleistung \dot{q}_{Heiz} . Für **Messung 1** ist die Regression gemäß (5a) durchzuführen, um die Heizleistung des Thermostaten zu berechnen.

Experimentelle und nach (5) berechnete Temperatur-Zeit-Verläufe sind graphisch dazustellen. Um zu erreichen, dass die berechnete Temperatur den Endwert $T_{Th,soll}$ nicht überschreitet, verwende man

$$T_{Th,ber}(t) = \text{Min}(a + bt; T_{Th,soll}). \quad (5b)$$

r5) Wärmestrom Kaltwasser

Der vom Kaltwasser aufgenommene Wärmestrom \dot{Q}_K beträgt

$$\dot{Q}_K = \dot{m}_K c_{p,K} (T_{K,aus} - T_{K,ein}), \quad (6)$$

worin \dot{m}_K der Massenstrom und $c_{p,K}$ die spezifische Wärme des Kaltwassers ist.

Der Wärmestrom \dot{Q}_K ist zu berechnen und in Abhängigkeit vom Volumenstrom \dot{V}_K des Kaltwassers in einem Diagramm graphisch darzustellen.

r6) Einstellung / Berechnung des Warmwassermassenstroms, Wärmestrom Warmwasser

Da der vom Warmwasser abgegebene Wärmestrom \dot{Q}_W gleich dem vom Kaltwasser aufgenommenen Wärmestrom \dot{Q}_K sein muss, erhält man mit (6)

$$\dot{Q}_K = \dot{m}_K c_{p,K} (T_{K,aus} - T_{K,ein}) = \dot{m}_W c_{p,W} (T_{W,ein} - T_{W,aus}) = \dot{Q}_W, \quad (7)$$

Hierin ist \dot{m}_W der Massenstrom und $c_{p,W}$ die spezifische Wärme des Warmwassers. Der im Versuch nicht direkt messbare Massenstrom des Warmwassers ergibt sich daher aus

$$\dot{m}_W = \dot{m}_K \frac{c_{p,K} (T_{K,aus} - T_{K,ein})}{c_{p,W} (T_{W,ein} - T_{W,aus})}. \quad (8)$$

Einstellung des Warmwasserstroms: Um einen bestimmtem Massenstrom an Warmwasser zu erhalten, stellt man denselben Massenstrom an Kaltwasser am Durchflussmesser ein und verändert nunmehr den Warmwasserstrom so lange, bis die Temperaturdifferenzen für beide Ströme (nahezu) gleich sind. Aus (8) ersieht man, dass sich die Massenströme umgekehrt proportional zu den Temperaturdifferenzen verhalten,

$$\frac{\dot{m}_W}{\dot{m}_K} = \frac{c_{p,K}}{c_{p,W}} \frac{T_{K,aus} - T_{K,ein}}{T_{W,ein} - T_{W,aus}} \approx \frac{T_{K,aus} - T_{K,ein}}{T_{W,ein} - T_{W,aus}} = \frac{\Delta T_K}{\Delta T_W}, \quad (9)$$

wenn man von näherungsweise gleichen spezifischen Wärmen der beiden Ströme ausgeht.

r7) Temperaturdifferenzen

Da sich die Temperaturen über die Länge des Wärmeaustauschers ändern, wird für den Wärmeaustausch die mittlere logarithmische Temperaturdifferenz ΔT_m verwendet,

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{ein} - \Delta T_{aus}}{\ln(\Delta T_{ein} / \Delta T_{aus})}. \quad (10)$$

ΔT_{ein} bzw. ΔT_{aus} bezeichnen die - für Gleich- oder Gegenstrom gleichermaßen verwendeten - Temperaturdifferenzen am Warmwassereintritt bzw. Warmwasseraustritt,

$$\Delta T_{ein} = (T_W - T_K)_{\text{Warmwassereintritt}}, \quad \Delta T_{aus} = (T_W - T_K)_{\text{Warmwasseraustritt}}. \quad (11)$$

Die Temperaturdifferenzen ΔT_{ein} , ΔT_{aus} und ΔT_m sowie die Temperaturen $T_{W,ein}$, $T_{W,aus}$, $T_{K,ein}$, $T_{K,aus}$ sind Abhängigkeit vom Volumenstrom \dot{V}_K Kaltwasser in Diagrammen darzustellen.

r8) Wärmedurchgangskoeffizient

Die grundlegende Beziehung für den Wärmeaustausch lautet

$$\dot{Q} = A k \Delta T. \quad (12)$$

Dies besagt, dass der ausgetauschte Wärmestrom \dot{Q} der Wärmeaustauschfläche A , dem Wärmedurchgangskoeffizienten k und der Temperaturdifferenz ΔT proportional. (12) ist nur für ebene Wände anwendbar. Für Rohre wird stattdessen die modifizierte Form

$$\dot{Q}_K = A_m k \Delta T_m \quad (13)$$

benutzt, in der A_m die mittlere Wärmeaustauschfläche nach (1), ΔT_m die mittlere logarithmische Temperaturdifferenz nach (10) und k der Wärmedurchgangskoeffizient ist. Mit dem Wärmestrom des Kaltwassers nach (6) kann der k aus (13) bestimmt werden,

$$k = \frac{\dot{Q}_K}{A_m \Delta T_m}. \quad (14)$$

Der Wärmedurchgangskoeffizient k (in $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$) ist für alle Einzelmessungen der **Messungen 2 - 5** zu berechnen. Für **Messungen 4, 5** ist k in Abhängigkeit von der Zeit, für **Messungen 2, 3** in Abhängigkeit vom Volumenstrom \dot{V}_K des Kaltwassers als Diagramm darzustellen.

r9) Berechnete Wärmedurchgangskoeffizienten

Nach dem im "Anhang Wärmeaustausch im Rohr" beschriebenen Verfahren sind die Wärmedurchgangskoeffizienten k_{ber} für jeden Messwert der **Messungen 2 - 5** zu berechnen. Die temperaturabhängigen Stoffdaten sind dabei jeweils bei den gemittelten Temperaturen

$$T_{K,m} = \frac{1}{2}(T_{K, \text{ein}} + T_{K, \text{aus}}), \quad T_{W,m} = \frac{1}{2}(T_{W, \text{ein}} + T_{W, \text{aus}}) \quad (15)$$

zu bestimmen.

Die berechneten k -Werte sind in die Diagramme von **r8)** einzutragen. Ein Fehlerdiagramm ist zu erstellen.

Folgende Diagramme sind anzufertigen:

- k_{exp}, k_{ber} in Abhängigkeit von Re_K
- $k_{ber}, \alpha_K, \alpha_W$ in Abhängigkeit von Re_K
- Nu_K, Nu_W in Abhängigkeit von Re_K

Die Verläufe sind zu diskutieren.

Anhang Wärmeaustausch im Rohr: Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten

Die Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten für ein konkretes System ist wegen der zahlreichen Einflussgrößen – insbesondere der Temperaturabhängigkeit der Stoffdaten – immer mit einem mehr oder weniger großen Fehler behaftet. Für ein zylindrisches Rohr mit kreisförmigem Querschnitt ermittelt man den Wärmedurchgangskoeffizienten k aus

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_K} + \frac{d_a}{d_i} \frac{1}{\alpha_W} + \frac{d_a}{2\lambda} \ln\left(\frac{d_a}{d_i}\right), \quad (\text{r-1})$$

mit d_i, d_a Innendurchmesser, Außendurchmesser Innenrohr,
 α_K Wärmeübergangskoeffizient Außenrohr (hier: Kaltwasser),
 α_W Wärmeübergangskoeffizient Innenrohr (hier: Warmwasser),
 λ Wärmeleitfähigkeit Rohrmaterial.

Zur Berechnung der α -Werte werden Korrelationsgleichungen benutzt, in denen (u. U. neben anderen) die dimensionslosen Kennzahlen Reynolds-Zahl Re , Nusselt-Zahl Nu und Prandtl-Zahl Pr jeweils für Warm- und Kaltwasser auftreten.

Die Wärmeübergangskoeffizienten α_W, α_K findet man aus den jeweiligen Nusselt-Zahlen,

$$Nu_W = \frac{\alpha_W d_i}{\lambda_W}, \quad Nu_K = \frac{\alpha_K d_a}{\lambda_K}, \quad (\text{r-2})$$

mit Nu_W, Nu_K Nusselt-Zahl Warmwasser / Kaltwasser,
 λ_W, λ_K Wärmeleitfähigkeit Warmwasser / Kaltwasser.

Die dimensionslose Beziehung für das Warmwasser lautet

$$Nu_W = C_W Re_W^n Pr_W^m \quad \text{mit Konstanten } C_W = 0,091 ; n = 0,644 ; m = 0,133 \quad (\text{r-3})$$

und für das Kaltwasser

$$Nu_K = C_K Re_K^q Pr_K^r \quad \text{mit Konstanten } C_K = 0,146 ; q = 0,693 ; r = 0,518. \quad (\text{r-4})$$

Pr_W, Pr_K bezeichnen die Prandtl-Zahlen für Warmwasser / Kaltwasser. Die Reynolds-Zahlen Re_W (Warmwasser), Re_K (Kaltwasser) berechnen sich nach

$$Re_W = \frac{u_W d_i}{\nu_W}, \quad Re_K = \frac{u_K D_{gl}}{\nu_K}. \quad (\text{r-5})$$

Hierin ist $D_{gl} = D_i - d_a$ der so genannte gleichwertige Durchmesser des Kreisrings. u_K, u_W bezeichnen die mittleren Geschwindigkeiten, ν_K, ν_W die kinematischen Viskositäten von Kalt- und von Warmwasser.