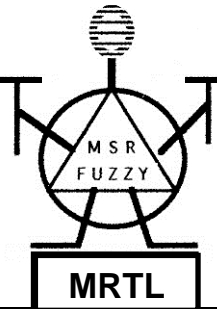


Protokoll-Deckblatt

LV: MRTL 6. Sem

**A U F G A B E N**

PRAK III

| | | | |
|----------|----------------|---------|---------|
| Name: | Datum: | SS 2018 | TESTAT: |
| Vorname: | Arbeits-Platz: | | |
| EDV-Nr: | Gruppe: | | |

→ **PJ-ÜBERTRAGER**

Bauen Sie ein Übertragungs-Element auf, das PJ-Verhalten besitzt.
Es soll invertierendes Verhalten zeigen. Deshalb ist dafür nur ein Steckbrett zu bestücken:

Für Proportionalbeiwert K_P und Integrierbeiwert K_I werden folgende Vorgaben angeboten:

| | | | |
|---|-----------|-----------|-------|
| 1 | $K_P = -$ | $K_I = -$ | $1/s$ |
| 2 | $K_P = -$ | $K_I = -$ | $1/s$ |
| 3 | $K_P = -$ | $K_I = -$ | $1/s$ |

Jede(r) Teilnehmer(in) hat eine Vorgabe allein umzusetzen

- Überprüfen Sie den Nullwert der Ausgangsspannung!
- Zeichnen Sie die Sprungantwort des PJ-Übertragers für verschiedene Eingangsspannungen auf **1**

→ **AUSWERTUNG**

- Ermitteln Sie die "Kennwerte" des PJ-Übertragers aus den Messergebnissen
- Überprüfen Sie anhand der Messergebnisse die Güte Ihrer Beschaltungen der OPVs.

→ **PT1-STRECKE mit PJ-REGLER**

Bauen Sie ein Übertragungs-Element als **Strecke** auf, das PT1-Verhalten besitzt. Es soll kein invertierendes Verhalten zeigen. Deshalb sind zwei Steckbretter zu bestücken:

Für Proportionalbeiwert K_P und Zeitkonstante T_S wird folgende Vorgabe angeboten, die für die ganze Arbeitsgruppe gilt:

$$K_{PS} = \quad T_S = \quad s$$

Verbinden Sie modifizierte PJ-Übertrager gem. nachstehender Vorgaben als **Regler** und den nicht invertierenden PT1-Übertrager als **Strecke** zu einem geschlossenen Regelkreis:

$$\begin{array}{lll} K_{PR} = - & K_{JR} = - & 1/s \\ K_{PR} = - & K_{JR} = - & 1/s \\ K_{PR} = - & K_{JR} = - & 1/s \end{array}$$

Diese Vorgaben sind jeweils von allen Teilnehmer(n)(innen) zu bearbeiten jedoch mit **jeweils eigenen Eingangsgrößen!** Es ist auch jeweils ein eigenständiges Protokoll anzufertigen!

- Überprüfen Sie den Nullwert der Ausgangsspannung!
- Zeichnen Sie die Sprungantwort der PT1-Strecke für **eine** Eingangsspannung bei **offenem** Regelkreis auf und überprüfen Sie die “Kennwerte“ der Strecke. 1
- Es ist das **Störverhalten** des geschlossenen Regelkreises zu untersuchen. Geben Sie etwa **zwei** verschiedene sprunghafte Störspannungen auf die PT1-Strecke und nehmen Sie mittels DIADEM die Verläufe von Stör-, Stell- und Regelgröße auf; 2+2
- Es ist das **Führungsverhalten** des geschlossenen Regelkreises zu untersuchen. Geben Sie etwa **zwei** verschiedene Spannungs-Sprünge innerhalb +/- 2 V auf den PJ-Regler und nehmen Sie mittels DIADEM die Verläufe von Sollwert, Stell- und Regelgröße auf.

→ **AUSWERTUNG**

- Ermitteln Sie die stationären Werte für die Regeldifferenz und die stationären Werte für die Stellgröße aus den Aufnahmen.
- Ermitteln Sie bei Auftreten von Schwingungen deren Frequenz aus der Aufnahme und rechnerisch unter Berücksichtigung des Dämpfungsgrad D
- Ermitteln Sie bei Auftreten von Schwingungen die Zeit, nach der die Amplitude einen Restwert von 10% der Höhe der ersten Halbschwingung unterschritten hat.

⇒ *Aufgrund der relativ geringen grafischen Auflösung der Messwertaufnahmen wird im Praktikum für die grafische Auswertung ein Wert von 10% verwendet, das regelungstechnische Kriterium in der Praxis beträgt 4%.*

→ **PT1-STRECKE mit P-REGLER**

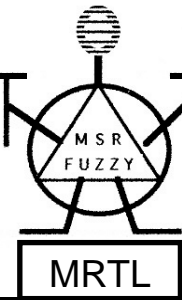
Verändern Sie den PJ-Übertrager als Regler in einen P-Regler durch Entfernen der Kapazität und untersuchen Sie den so entstanden Regelkreis in gleicher Weise wie oben. Wiederholen Sie dieses für **beide** Vorgabewerte! 2+2

→ **AUSWERTUNG**

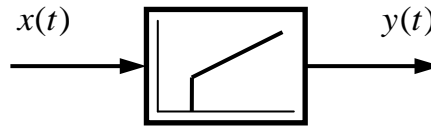
- Ermitteln Sie jeweils die stationäre, bleibende Regeldifferenz aus den Aufnahmen sowie rechnerisch.
- Ermitteln Sie den Wert der Regelgröße x rechnerisch und aus der Aufnahme für eine Zeit von 1 s nach Einsetzen der Störung.
- Beurteilen Sie das Verhalten der Regelkreise und die Unterschiede und Qualitäten der beiden Regler.

Theoretische Grundlagen MRTL

PJ- Übertragungsverhalten (PJ- Übertrager)



Blockschaltbild:



Mit Sprungantwort als Symbol

Zeitverhalten:

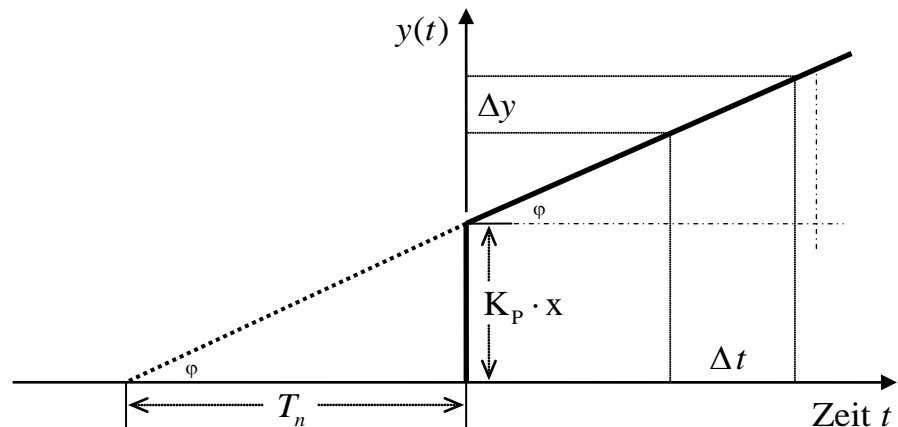
$$y(t) = K_p \cdot x(t) + K_J \cdot \int_0^t x(\tau) \cdot d\tau \text{ für } t > 0$$

Sprungantwort:

$$y(t) = K_p \cdot \Delta x + K_J \cdot \Delta x \cdot t \text{ für } t > 0$$

grafisch:

$$K_J \cdot \Delta x = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

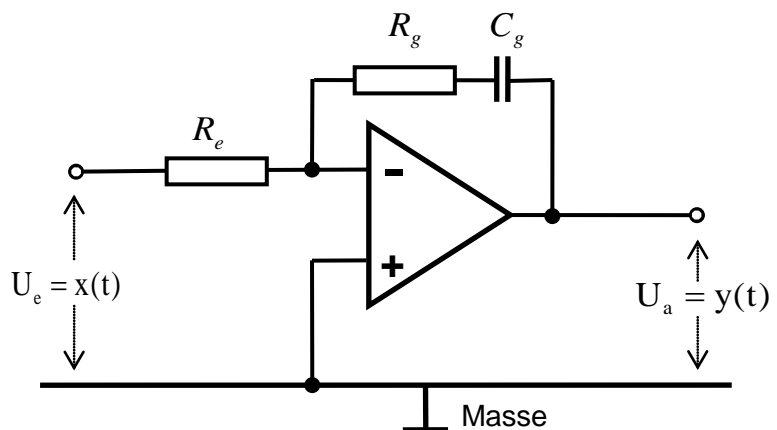


Schaltbild und Dimensionierung:

$$K_p = \frac{-R_g}{R_e}$$

$$T_n = \frac{K_p}{K_J}$$

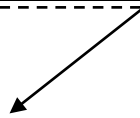
$$K_J = \frac{-1}{R_e \cdot C_g}$$



Dämpfungsgrad und 4% - Kriterium (im Praktikum 10%)

Anzahl der Halbschwingungen, bis die Amplitude auf 4% der Anfangsamplitude abgeklungen ist.

| | | | | | | | |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|
| D | 0,71 | 0,45 | 0,32 | 0,25 | 0,20 | 0,10 | 0,05 |
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 20 |

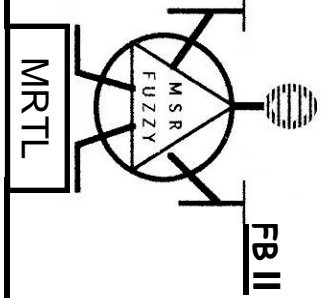


In der chemischen Verfahrenstechnik üblich.

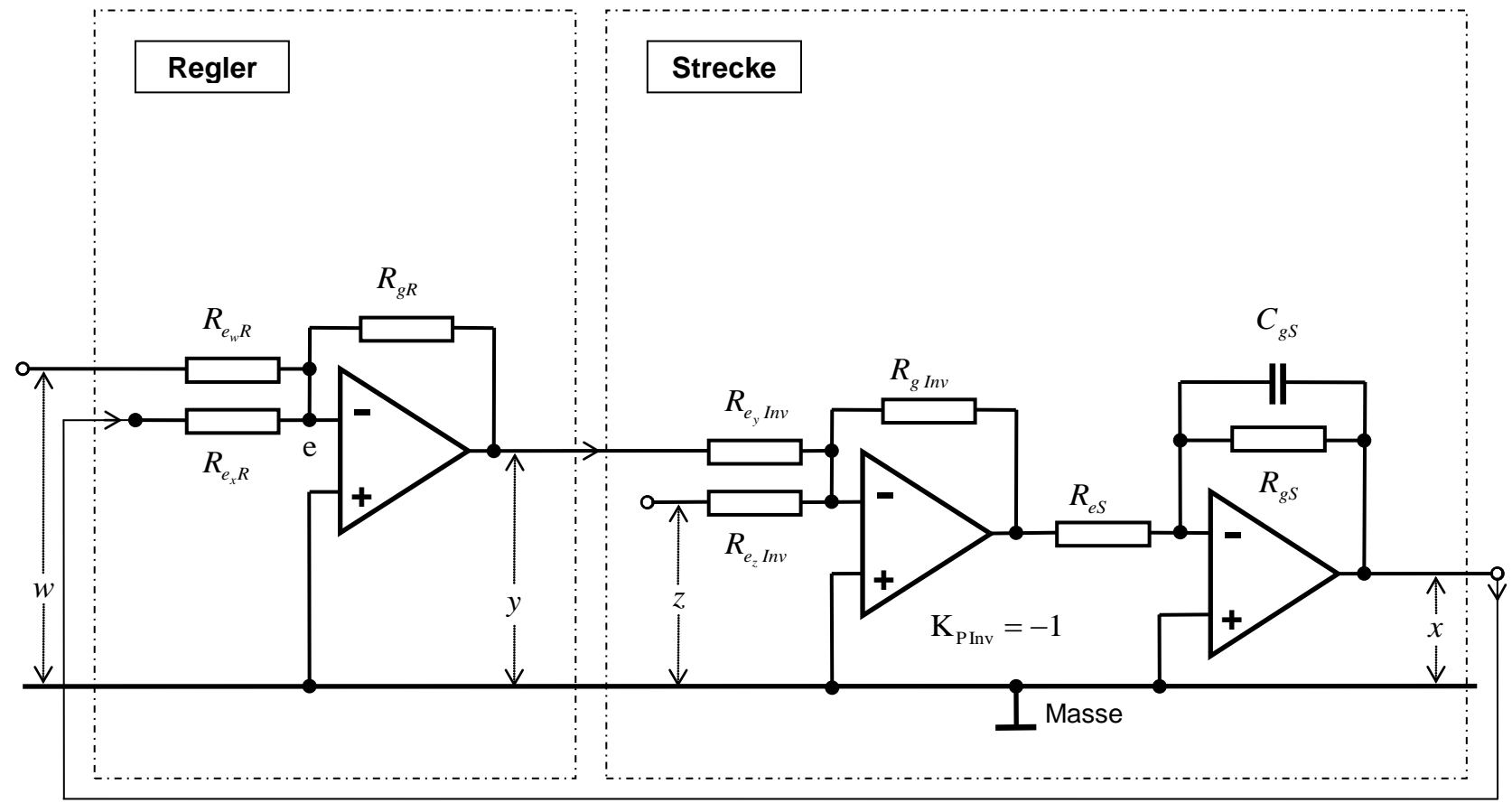
Zusammenhang zwischen Dämpfungsgrad und Schwingungseigenschaften:

| Schwingungsart | Dämpfungsgrad D |
|--|-----------------|
| Aperiodischer Verlauf | > 1 |
| Aperiodischer Grenzfall (2. Amplitude = 0 bzw. <4% (im Praktikum 10%)) | = 1 |
| Gedämpfte Schwingung | < 1 bis > 0 |
| Statische Schwingung | = 0 |
| Aufklingende Schwingung | < 0 |

Verzögerungsstrecke geregelt mit Proportionalregler

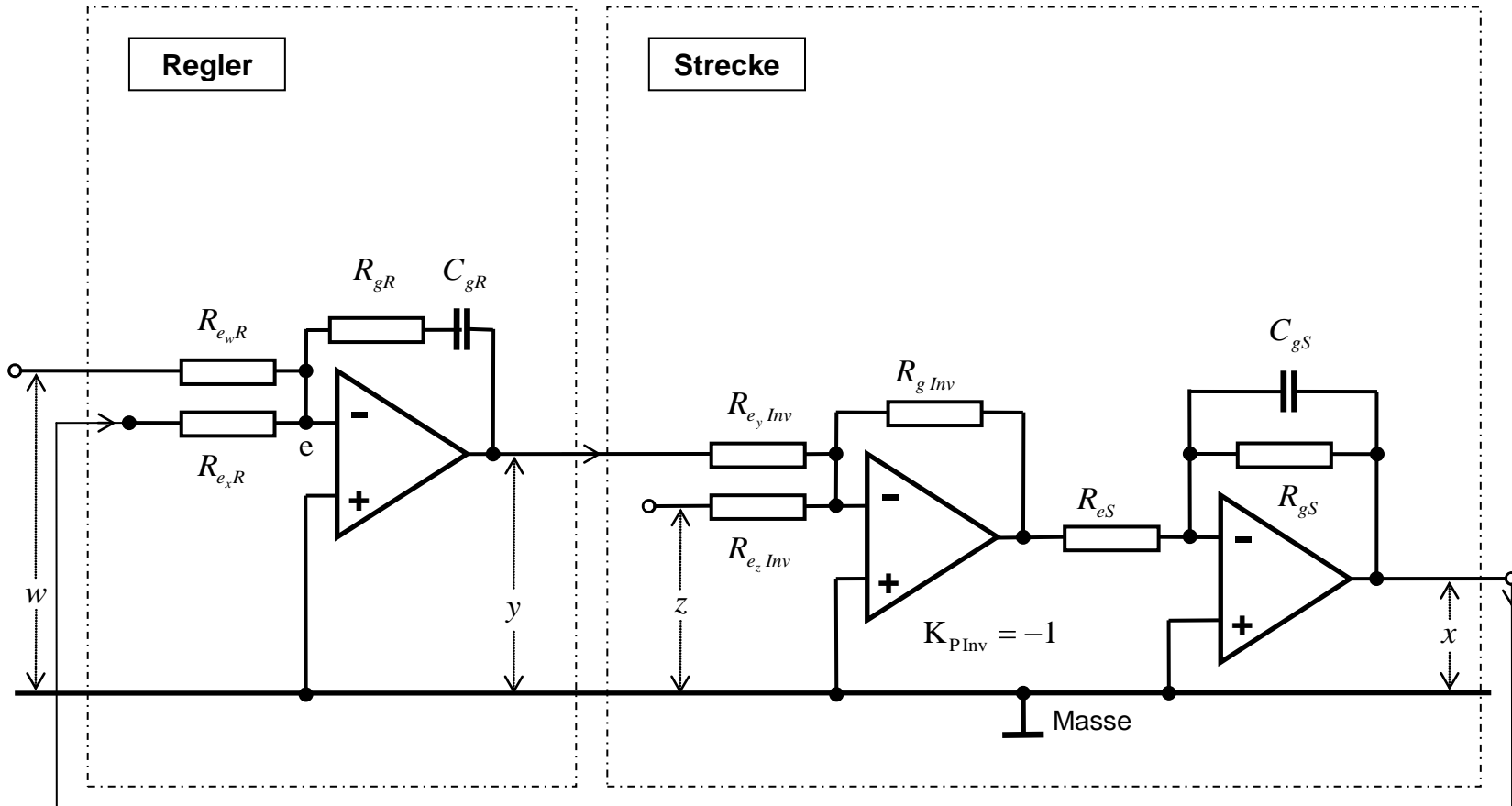


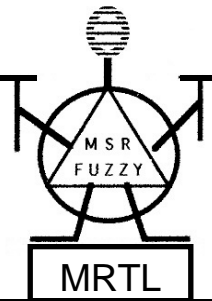
Schaltung P- Regler mit PT1-Strecke



Verzögerungsstrecke geregelt mit Proportional-Integralregler

Schaltung PJ-Regler mit PT1-Strecke



PT₁-Strecke mit P-Regler

Formelsammlung Bl. 1

$$\text{PT}_1\text{-Strecke: } T_S \dot{x} + x = K_{PS}(y + z) \quad (1.1)$$

$$\text{P-Regler: } y = K_{PR} e \quad (1.2)$$

(1.2) in (1.1) eingesetzt:

$$T_S \dot{x} + x = K_{PS} K_{PR} x_d + K_{PS} z$$

mit $e = w - x$:

$$T_S \dot{x} + x = K_{PS} K_{PR} w - K_{PS} K_{PR} x + K_{PS} z$$

$$T_S \dot{x} + (1 + K_{PS} K_{PR}) x = K_{PS} K_{PR} w + K_{PS} z$$

$$\frac{T_S}{1 + K_{PS} K_{PR}} \dot{x} + x = \frac{K_{PS} K_{PR}}{1 + K_{PS} K_{PR}} w + \frac{K_{PS}}{1 + K_{PS} K_{PR}} z \quad (1.3)$$

(Differentialgleichung für den geschlossenen Regelkreis)

Der geschlossene Regelkreis zeigt PT₁-Verhalten mit einer Zeitkonstanten

$$T_S^* = \frac{T_S}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \quad (1.4)$$

Führungsantwort

Führungssprung: $w(t) = \hat{w}\sigma(t)$, $z(t) = 0$

Störsprungantwort

Störsprung: $z(t) = \hat{z}\sigma(t)$, $w(t) = 0$

Verlauf der Regelgröße:

$$x(t) = \frac{K_{PS} K_{PR}}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \hat{w} \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{T_S^*}\right)} \right) \quad (1.5)$$

$$x(t) = \frac{K_{PS}}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \hat{z} \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{T_S^*}\right)} \right) \quad (1.6)$$

Bleibende Regeldifferenz [$e(\infty) = w(\infty) - x(\infty)$]:

$$e(\infty) = \hat{w} - \frac{K_{PS} K_{PR}}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \hat{w}$$

$$e(\infty) = 0 - \frac{K_{PS}}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \hat{z}$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \hat{w} \quad (1.7)$$

$$e(\infty) = -\frac{K_{PS}}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \hat{z} \quad (1.8)$$

Verlauf der Stellgröße:

$$y = K_{PR}(w - x(t)) = K_{PR} \left[\hat{w} - \frac{K_{PS} K_{PR}}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \hat{w} \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{T_S^*}\right)} \right) \right]$$

$$y(t) = K_{PR} \hat{w} \left[1 - \frac{K_{PS} K_{PR}}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} + \frac{K_{PS} K_{PR}}{1 + K_{PS} |K_{PR}|} \cdot e^{-\left(\frac{t}{T_S^*}\right)} \right]$$

$$y(t) = \hat{w} \frac{K_{PS} K_{PR}}{1 + K_{PS} K_{PR}} \cdot \left[1 + K_{PS} K_{PR} e^{-\left(\frac{t}{T_S^*}\right)} \right] \quad (1.9)$$

PT1-Strecke mit PJ-Regler

Formelsammlung Bl. 2

$$\text{PT1-Strecke:} \quad T_S \dot{x} + x = K_{PS}(y + z) \quad (2.1)$$

$$\text{PJ-Regler:} \quad y = K_{PR} x_d + K_{JR} \int x_d dt + y_0 \quad (2.2)$$

Differenzieren von (2.1) und (2.2) liefert (mit $x_d = w - x$):

$$T_S \ddot{x} + \dot{x} = K_{PS} \dot{y} + K_{PS} \dot{z} \quad (2.3)$$

$$\dot{y} = K_{PR} (\dot{w} - \dot{x}) + K_{JR} (w - x) \quad (2.4)$$

(2.3) in (2.4) eingesetzt:

$$T_S \ddot{x} + \dot{x} = K_{PS} K_{PR} (\dot{w} - \dot{x}) + K_{PS} K_{JR} (w - x) + K_{PS} \dot{z}$$

$$T_S \ddot{x} + (1 + K_{PS} K_{PR}) \dot{x} + K_{PS} K_{JR} x = K_{PS} K_{JR} w + K_{PS} K_{JR} \dot{w} + K_{PS} \dot{z}$$

$$\frac{T_S}{K_{PS} K_{JR}} \ddot{x} + \frac{1 + K_{PS} K_{PR}}{K_{PS} K_{JR}} \dot{x} + x = w + \frac{K_{PR}}{K_{JR}} \dot{w} + \frac{1}{K_{JR}} \dot{z} \quad (2.5)$$

(Differentialgleichung 2. Ordnung)

Der Vergleich mit der allgemeinen Form

$$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2D}{\omega_0} \dot{x} + x = Ky + T_D \dot{y} \text{ liefert:}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{PS} K_{JR}}{T_S}}, \quad D = \frac{1 + K_{PS} K_{PR}}{2 \cdot \sqrt{K_{JR} K_{PS} T_S}}, \quad D\omega_0 = \frac{1 + K_{PS} K_{PR}}{2T_S}$$

Führungssprung:

$$\frac{T_S}{K_{PS} K_{JR}} \ddot{x} + \frac{1 + K_{PS} K_{PR}}{K_{PS} K_{JR}} \dot{x} + x = \hat{w} \left(\sigma + \frac{K_{PR}}{K_{JR}} \dot{\sigma} \right) \quad (2.6)$$

Der Vergleich mit der allgemeinen Form

$$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2D}{\omega_0} \dot{x} + x = \hat{y} (K\sigma + T_D \dot{\sigma}) \text{ liefert:}$$

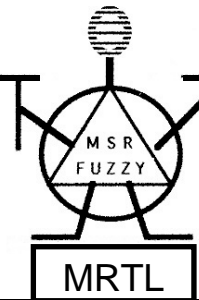
$$\hat{y} = \hat{w}, \quad K = 1, \quad T_D = T_n = \frac{K_{PR}}{K_{JR}}$$

Störsprung:

$$\frac{T_S}{K_{PS} K_{JR}} \ddot{x} + \frac{1 + K_{PS} K_{PR}}{K_{PS} K_{JR}} \dot{x} + x = \frac{\hat{z}}{K_{JR}} \dot{\sigma} \quad (2.7)$$

Der Vergleich mit der allgemeinen Form liefert:

$$y = z, \quad K = 0, \quad T_D = \frac{1}{K_{JR}}$$



Differentialgleichung 2. Ordnung (Bl. 1)

Lösung der homogenen Differentialgleichung

Die zu lösende inhomogene Differentialgleichung hat die Form:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + 2D \frac{1}{\omega_0} \dot{x} + x = Ky + T_D \dot{y}$$

Durch Nullsetzen der rechten Seite entsteht hieraus die homogene Differentialgleichung:

$$\ddot{x} + 2D\omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Die Lösung $x_h(t)$ der homogenen Differentialgleichung ist der vom Eingangssignal unabhängige (freie) Anteil, der die Bewegung (Eigenbewegung) beschreibt, wenn das System nach Anregung sich selbst überlassen wird. Diese Lösung kennzeichnet das dynamische Übergangsverhalten (Ausgleichsvorgang) und die Stabilität.

Lösungsansatz: $x_h(t) = e^{pt}$

Den Lösungsansatz in die homogene Differentialgleichung eingesetzt liefert:

$$e^{pt} (p^2 + 2D\omega_0 p + \omega_0^2) = 0 \quad \text{bzw.} \quad p^2 + 2D\omega_0 p + \omega_0^2 = 0$$

Dies ist eine algebraische Gleichung 2. Ordnung, die als charakteristische Gleichung bezeichnet wird. Die Lösungen (Wurzeln) der charakteristischen Gleichung heißen Eigenwerte:

$$p_{1,2} = -\omega_0 D \pm \omega_0 \sqrt{D^2 - 1}$$

Je nachdem die Eigenwerte reell oder konjugiert komplex sind, ergeben sich folgende Lösungen der homogenen Differentialgleichung:

1. $D > 1$ (aperiodisches Verhalten, Wurzeln rein reell)

$$x_h(t) = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}$$

2. $D = 1$ (aperiodischer Grenzfall, Doppelwurzeln)

$$x_h(t) = e^{-\omega_0 t} (C_1 + C_2 t)$$

3. $0 \leq D < 1$ (Schwingung, Wurzeln konjugiert komplex)

$$x_h(t) = e^{-D\omega_0 t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t)$$

4. Sonderfall: $D = 0$ (Dauerschwingung, Wurzeln rein imaginär)

$$x_h(t) = A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t$$

Differentialgleichung 2. Ordnung (Bl. 2)

Sprungantwort

Ausgangspunkt ist eine gewöhnliche lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstante Koeffizienten in der Form:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + 2D \frac{1}{\omega_0} \dot{x} + x = Ky + T_D \dot{y} \quad D = \text{Dämpfungsgrad}$$

Sprungförmige Eingangsgröße:

$$y(t) = \hat{y} \sigma(t) \quad \sigma(t) = \text{Einheitssprung, } \hat{y} = \text{Sprunghöhe}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + 2D \frac{1}{\omega_0} \dot{x} + x = \hat{y} (K\sigma + T_D \delta) \quad \delta(t) = \text{Einheitsimpuls, } x(t) = 0 \text{ für } t < 0$$

Für die Lösung $x(t)$ der Differentialgleichung (hier die Sprungantwort) gilt allgemein:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

Zur homogenen Lösung $x_h(t)$ siehe Bl. 1.

Wie man leicht feststellen kann, stellt $\hat{y}K$ eine partikuläre Lösung $x_p(t)$ dar.

Damit ergibt sich folgender Verlauf für $x(t)$ in Abhängigkeit von D :

$$\rightarrow 0 \leq D < 1: \quad x(t) = e^{-D\omega_0 t} (A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t) + \hat{y}K$$

$$\rightarrow D > 1: \quad x(t) = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + \hat{y}K$$

Die Konstanten A , B bzw. c_1 , c_2 werden durch die Anfangsbedingungen festgelegt:

$$x(0) = 0 \text{ und } \dot{x}(0) = \omega_0^2 \hat{y} T_D$$

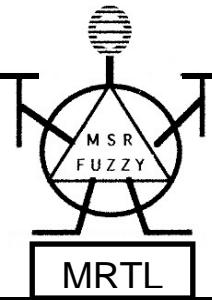
$$\rightarrow 0 \leq D < 1: \quad x(t) = \hat{y} \left[K \left[1 - e^{-D\omega_0 t} \left(\cos \omega_d t + \frac{D\omega_0}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) \right] + e^{-D\omega_0 t} \left(\frac{\omega_0^2 T_D}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) \right]$$

$$\rightarrow D > 1: \quad x(t) = \hat{y} \left[K - \frac{p_2}{p_2 - p_1} (K + p_1 T_D) e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} (K + p_2 T_D) e^{p_2 t} \right]$$

ω_0 : Kreisfrequenz des ungedämpft schwingenden Systems

$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2}$: Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung

LV: **MRTL 6. Sem**



INFOBLATT IV

PRAK IV: Planung, Ziele, Inhalte

DAUER: 3 Blocks ($\approx 3 \times 90$ min)

- ZIELE:**
- Wiederholung und Sicherung von PRAK I, PRAK II und PRAK III;
 - Kennenlernen und systematische Anwendung von **SimApp**;
 - Kennenlernen und anwenden der Ortskurven für konkrete Regel-Kreise;
 - Exkurs zum D - und Totzeitverhalten;
 - Vertiefen der Begriffe Stabilität und Instabilität;
 - Anwenden des Nyquist-Kriteriums;
 - Systematisches Optimieren von Regelkreisen

- INHALTE:**
- Parametrieren einer PT2-Strecke mit Totzeit unter **SimApp** nach Vorgaben, Auffinden von $Re = -1$ für P - Regler, PJ - Regler und PJD – Regler;
 - Aufnahme der Sprungantwort der Strecke im offenen Regelkreis, Reglereinstellung nach *Chien Hrones Reswick*;
 - Optimieren der Sprungantwort bez. Regelabweichung und Dämpfung unter gezielter Veränderung von P-, J- und D-Verhalten des Reglers;
 - Charakterisieren der Wirkungen, schematische Protokollierung der Ortskurven-Verläufe und der Regler-Kennwerte für $Re = -1$ und für den "Optimalfall".

Protokoll gem. Standard in Prak I Seite 9 - 11 a/b !

Datei und Diagramm-Benennungen PRAK IV

Beispiel einer DIAGRAMM-AUSDRUCK- KENNZEICHNUNG:

| Matr. Nr. / Teilnehmer(in) | Semester / AP / Gruppe / Prak | Datei/Experiment |
|----------------------------|--------------------------------------|-----------------------------|
| 123.456 | | |
| Musterin. Anna | / SS2013 - AP - Gruppe - PRAK | / Sz PJ - PT2 t1 n A |

Organisation der Teilnehmer-Ordner / Dateinamen:

Dateien in: ... \PRAK IV \SIMAPP \...

Sz P - PT2 t1 n A ...

Sz PJ - PT2 t1 n A ...

Sz PJD - PT2 t1 n A ...

Ss X - PT2 t1 n A ...

Ss X - PT2 t2 n A ...

Sw PJD - PT2 t1 n A ...

Sw PJD - PT2 t2 n A ...